

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Южный федеральный университет»
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
«Федеральный исследовательский центр Южный научный центр
Российской академии наук»

На правах рукописи

Чебаненко Валерий Александрович

**Исследование колебаний пьезоэлектрических структур в
составе устройств накопления энергии**

01.02.04 — механика деформируемого твёрдого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор технических наук
Паринов Иван Анатольевич

Ростов-на-Дону — 2018

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Математическое моделирование пьезоэлектрических структур преобразования энергии	39
1.1 Постановка краевых задач теории упругости	39
1.2 Пьезоэлектрические структуры преобразования энергии кантилеверного типа	41
1.2.1 Постановка задачи для кантилеверной пьезоэлектрической структуры преобразования энергии	41
1.2.2 Граничные условия	47
1.2.3 Решение	57
1.2.4 Численный эксперимент	58
1.2.5 Сравнение с конечно-элементным расчётом	67
1.3 Пьезоэлектрические структуры преобразования энергии стекового типа	70
1.3.1 Постановка задачи для стековой пьезоэлектрической структуры преобразования энергии	70
1.3.2 Граничные условия	73
1.3.3 Решение	74
1.3.4 Численный эксперимент	75
1.3.5 Сравнение с конечно-элементным расчётом	79
1.3.6 Сравнение с известной моделью с сосредоточенными параметрами	80
1.4 Выводы по главе	83
Глава 2. Математическое моделирование флексоэлектрического эффекта	85
2.1 Исследование флексоэлектрического эффекта в неполяризованной керамике	86
2.1.1 Постановка задачи для флексоэлектрической балки	86
2.1.2 Граничные условия	91

	Стр.
2.1.3 Решение	92
2.1.4 Численный эксперимент	93
2.2 Выводы по главе	95
Глава 3. Экспериментальное моделирование пьезоэлектрических структур преобразования энергии	97
3.1 Эксперимент по определению выходных характеристик пьезоэлектрических структур преобразования энергии стекового типа	97
3.1.1 Гармоническое нагружение	98
3.1.2 Импульсное нагружение	103
3.1.3 Квазистатическое нагружение	109
3.2 Эксперимент по определению выходных характеристик пьезоэлектрических структур преобразования энергии кантилеверного типа	111
3.2.1 Описание испытательной установки и исследуемых образцов	111
3.2.2 Эксперимент	113
3.2.3 Сравнение теории и эксперимента	115
3.3 Выводы по главе	117
Заключение	118
Список сокращений и условных обозначений	120
Список литературы	121
Приложение А. Патент	137

Введение

За последние несколько десятилетий наряду с достижениями в области электроники, вычислительная производительность устройств неуклонно росла (вместе с энергопотреблением), а сами устройства стали меньше. Тем не менее, развитие технологий в области батарей оставалось относительно неизменным.

Эти факторы привели к снижению срока службы батареи и долговечности устройств их использующих. В попытке решить эту проблему, исследователи принялись за изучение альтернативных источников питания для маломощной электроники, а также возможности создания автономных устройств самообеспечения энергией.

Тем не менее, в большинстве случаев, отказ от батарей не представляется возможным, в силу периодичности физических явлений, питающих источник энергии. Поэтому основная задача альтернативного источника энергии — это продление времени функционирования устройства, путём подзарядки батареи, встроенной в него.

Необходимость применения концепции автономности обычно возникает в довольно широком спектре применений: в военных (носимое снаряжение [1;2], беспилотных летательных устройствах [3;4]), медицинских (кардиостимуляторы [5;6]), зоологических (устройства слежения за миграцией животных), беспроводных датчиках и сигнальном оборудовании [7–9], а также в бурно развивающейся отрасли нанотехнологий [10–12].

Сбор энергии, в общем смысле, представляет из себя преобразование окружающей энергии в полезную электрическую энергию. Большинство устройств окружено многочисленными источниками неиспользуемой энергии, такими как механические колебания, солнечный свет, воздушные потоки, тепло и т.д. Основной целью является улавливание и накопление этой неиспользуемой энергии.

Существует несколько механизмов для получения энергии из этих источников, включая электромагнитные, электростатические, пьезоэлектрические и магнитострикционные. Lei Wang и др. обобщили в Таблице 1 преимущества и недостатки каждого механизма [13].

Среди доступных методов сбора энергии на основе движения, пьезоэлектрические преобразователи получили наибольшее внимание из-за высокой плотности энергии при относительно низких механических уровнях напряжений

Таблица 1 – Сравнительная таблица преимуществ и недостатков различных механизмов преобразования энергии колебаний в электрическую

Тип	Преимущества	Недостатки
Электромагнитный	<ul style="list-style-type: none"> – нет необходимости применения новых материалов – не нужен внешний источник напряжения 	<ul style="list-style-type: none"> – громоздкая конструкция: магниты и катушка индуктивности – сложность интегрирования с устройствами МЭМС – максимальное напряжение 0.1 В
Электростатический	<ul style="list-style-type: none"> – нет необходимости применения новых материалов – совместимо с МЭМС – Напряжение 2 ~10 В 	<ul style="list-style-type: none"> – требуется внешний источник напряжения – необходимы механические ограничения – источник емкостного типа
Пьезоэлектрический	<ul style="list-style-type: none"> – не нужен внешний источник напряжения – Напряжение 2 ~10 В – компактная конструкция – совместимо с МЭМС – высокий уровень электро-механической связи в монокристаллах 	<ul style="list-style-type: none"> – деполяризация – хрупкость керамического материала – низкий уровень электро-механической связи в пьезоплёнках – утечка заряда – высокий выходной импеданс
Магнитострикционный	<ul style="list-style-type: none"> – очень высокий коэффициент связи > 0.9 – отсутствует возможность деполяризации – высокая гибкость – подходит для высокочастотных колебаний 	<ul style="list-style-type: none"> – нелинейные эффекты – присутствует катушка индуктивности – сложность интегрирования с устройствами МЭМС

и деформаций [14], и простоты интеграции устройств сбора энергии в реальные системы.

Пьезоэлектрические материалы

Пьезокерамические материалы используются в качестве чувствительного элемента (преобразователь) пьезоэлектрических структур преобразования энергии (ПСПЭ). В связи с особенностями молекулярной структуры материалов и, как следствие, наличия поляризованности, пьезоэлектрические материалы способны преобразовывать приложенное механическое напряжение в электрический заряд. Эти материалы могут быть разделены на три группы в зависимости от их структуры и механических свойств: керамика (*цирконат-титанат свинца*, PZT), полимер (*поливинилиденфторид*, PVDF) и композит (*макро-волоконистый композит*, MFC). Сравнительные данные пьезоэлектрических модулей различных пьезокерамических составов [15] приведены в Таблице 2.

Для различных задач следует выбирать подходящий состав. То есть, если разрабатывается ПСПЭ, которая будет работать на изгибных колебаниях, то стоит задуматься о выборе состава с наибольшим d_{31} , а если ПСПЭ будет работать на растяжение-сжатие, – то с наибольшим d_{33} . Аналогично и в случае сдвиговых колебаний – с наибольшим d_{15} . Но производство чувствительного элемента, а именно он выступает основным преобразователем энергии, работающего на сдвиговых колебаниях, довольно сложный и трудоёмкий процесс, в силу необходимости повторного нанесения электродов после поляризации образца.

Стоит обратить внимание, что каждый материал обладает своими специфическими механическими свойствами. Например, PVDF имеет довольно низкие показатели механо-электрических свойств, но зато он обладает гибкостью, что позволяет использовать его в тонкоплёночных приложениях [16; 17].

Поведение пьезоэлектрического материала описывается определяющими уравнениями, приведёнными в главе 1. Данные уравнения имеют и другие формы, в зависимости от того, какие физические величины выбраны независимыми [18].

Таблица 2 — Сравнительная таблица пьезоэлектрических материалов

Состав	d_{33}	d_{31}	d_{15}
	пКл/Н		
PZT-2	152	-60.2	440
PZT-4	289	-123	496
PZT-5A	374	-171	584
PZT-5H	593	-274	741
PZT-8	225	-37	330
Pz21	640	-259	616
Pz23	328	-128	421
Pz24	149	-58	247
Pz26	328	-128	327
Pz27	425	-170	506
Pz28	275	-114	403
Pz29	574	-243	724
Pz34	46	-5.33	43.3
Ceramic B	149	-58	242
BaTiO ₃	145	-58	245
PVDF	-33	23	—
0.70PMN–0.30PT	1.61	-2.517	157
0.69PMN–0.31PT	—	—	5.980
MFC M8528	460	-210	—

Механо-электрические преобразователи

Устройство накопление энергии состоит из двух частей, а именно механической и электрической. Механическая часть включает в себя конструкцию, принимающую колебания, и преобразователь. Эта часть подвергается динамической нагрузке (возбуждению) и преобразует механическую энергию в электрическую. Как уже было упомянуто, преобразователь представляет собой материал с пьезоэлектрическими свойствами, подвергающийся механической нагрузке. В большинстве случаев, напрямую интегрировать преобразователь в конструкцию, находящуюся под воздействием внешних или внутренних

механических колебаний, либо невозможно, из-за вероятности превышения критической нагрузки для преобразователя, либо энергетически неэффективно (из-за малых значений выходной мощности). Для преодоления этой проблемы используется промежуточное звено, принимающее механические колебания и передающее их преобразователю.

Вообще говоря, все ПСПЭ можно разделить на три конфигурации, в зависимости от того, какая мода колебаний возбуждается в них и используется для преобразования в электрическую энергию. Распространение колебаний в среде соответствует определённому направлению в пьезоэлектрическом преобразователе, которое определяется вектором поляризации образца. В силу кристаллической структуры пьезоэлектрических материалов, они проявляют различные электрофизические свойства в различных направлениях, поэтому принято классифицировать конфигурации ПСПЭ по пьезоэлектрическому модулю, действующему в направлении колебаний в материале: d_{31} (изгибные колебания), d_{33} (растягивающие/сжимающие колебания), d_{15} (сдвиговые колебания). Для каждой конфигурации характерна своя механическая часть. Далее пойдёт речь о каждом виде ПСПЭ: их особенностях, какая механическая часть применяется, какие существуют модели и т.д.

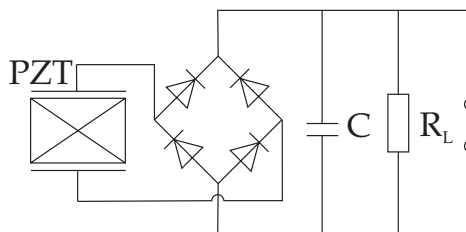


Рисунок 1 — Стандартная схема подключения ПСПЭ

Электрический ток, возникающий в пьезоэлектрическом элементе при его динамическом нагружении, является переменным, что в большинстве случаев не подходит для питания маломощных электронных устройств. Как было описано выше, после механической части ПСПЭ следует электрическая. Основной задачей электрической части является преобразование выходного электрического тока, таким образом, чтобы он удовлетворял требованиям потребляющего устройства (электрическая нагрузка). Для того, чтобы получить на выходе постоянный ток, пригодный для использования различными устройствами, в электрической части ПСПЭ, которая представляет из себя электрическую цепь, применяется выпрямительный диодный мост (см. Рис. 1). На следующем этапе после выпрямления используется емкость C , включенная параллельно в цепь,

которая сглаживает выходное напряжение. Зачастую, для исследовательских целей достаточно наличия в цепи только лишь сопротивления электрической нагрузки R_L , чтобы оценить выходную мощность ПСПЭ.

Тем не менее, эта базовая конфигурация имеет один большой недостаток, который называется *явление возврата*. Энергия возвращается из электрической области в механическую. Это явление значительно препятствует преобразованию энергии [19]. Чтобы преодолеть это препятствие и улучшить эффективность преобразования энергии были предложены различные методы, известные как методы накопления энергии при синхронном переключении (*synchronous switch harvesting, SSH*) [20].

Исследованию ПСПЭ посвящено множество работ, в большинстве из которых решаются задачи разработки и оптимизации маломощного источника питания для электронных устройств. В ходе решения этих задач возникает необходимость в использовании аппарата математического моделирования в области связанных задач электроупругости, как чисто аналитического, так и численного, включая конечно-элементное (КЭ) моделирование. Исследованиям в этих областях посвящены работы в России, США, Японии, Израиле и других странах. Значительный вклад в изучение разработки математических моделей устройств с использованием пьезоэлектрических материалов, в том числе для накопления энергии, внесли такие учёные как Акопьян В. А., Аронов Б. С., Бабешко В. А., Белоконь А. В., Белоногов О. Б., Берлинкур Д., Богуш М. В., Ватульян А. О., Ворович И. И., Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Голуб М. В., Гринченко В. Т., Калинин В. В., Куликов Г. М., Малюх В. Н., Миндлин Р., Мэзон У., Наседкин А. В., Новацкий Н., Нунупаров М. С., Панич А. Е., Паринов И. А., Скалиух А. С., Соловьев А. Н., Талицкий Е. Н., Улитко А. Ф., Устинов Ю. А., Фильштинский Л. А., Шевцов С. Н., Шульга Н. А., Anton S. R., Adhikari S., Burns J., Cook-Chennault K. A., duToit N. E., Erturk A., Inman D. J., Kendall D., Kymissis J., Marzencki M., Paradiso J., Priya S., Roundy S., Sodano H. A., Starner T., Tanner T., Taylor G. W., Yates R. B., Williams C. B., Wong Z. L., Wright P. и др.

Пьезоэлектрические структуры преобразования энергии кантилеверного типа

Самый широкий интерес исследователей, за всё время развития направления ПСПЭ, получили преобразователи кантилеверного типа, в силу простоты их изготовления и проведения испытаний. ПСПЭ кантилеверного типа представляет собой тонкую консольную балку или пластину из упругого материала, на которую наклеены пьезоэлектрические элементы (см. Рис. 2). Элементы могут быть наклеены, как с одной стороны (униморф), так и с двух сторон (биморф).

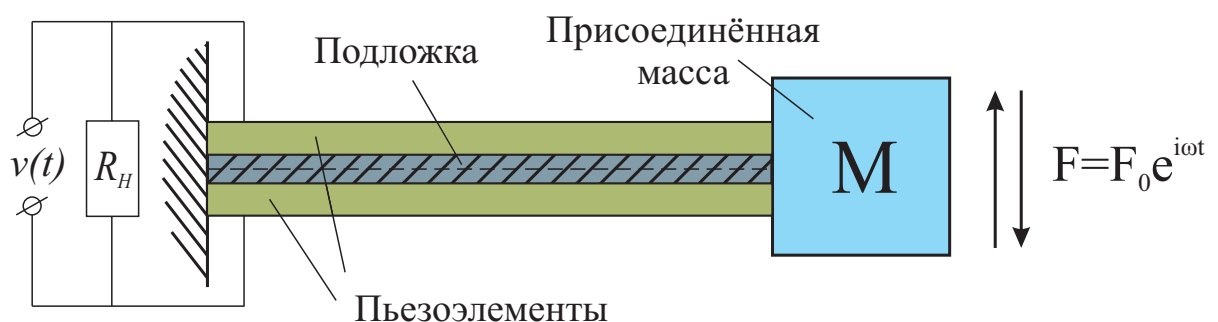


Рисунок 2 — Схематическое изображения ПСПЭ кантилеверного типа с присоединённой массой

В случае биморфов пьезоэлектрические элементы могут быть соединены параллельно или последовательно. Выбор между этими двумя видами соединения элементов зависит от устройства, которому необходимо обеспечить питание: если требуется большее выходное напряжение, то следует выбрать последовательное соединение, а если необходим большой выходной ток, то параллельное соединение [21].

Возбуждение колебаний в ПСПЭ кантилеверного типа происходит либо путём возбуждения колебаний в основании, в котором закреплена балка, либо динамическим воздействием на свободный конец балки. Было доказано, что максимальная выходная мощность достигается, когда частота внешнего возбуждения совпадает с собственной частотой слоистой балки (пьезоэлектрический слой, клеевой слой, подложка), т.е. на резонансной моде колебаний [22].

Исследованию кантилеверных ПСПЭ посвящено множество работ [23–51], в большинстве из которых решаются задачи разработки и оптимизации малоомощного источника питания для электронных устройств. Можно выделить

несколько основных направлений развития исследований: разработка эффективной конструкции ПСПЭ, увеличение выходной мощности, адаптация к условиям рабочей среды, а также увеличение срока службы.

Существуют различные способы увеличения выходной мощности. Одним из них является присоединение дополнительной массы на свободном конце балки, тем самым увеличивая амплитуду смещения свободного конца, что, в свою очередь, увеличивает механические деформации, возникающие в слоистой балке (см. Рис. 2).

Вопрос влияния присоединённой массы и её расположения на балке на общую производительность ПСПЭ был довольно подробно освещен в [23]. Авторы, в качестве преобразователя для униморфного ПСПЭ кантилеверного типа, использовали преобразователь на основе МФС, получивший широкое коммерческое распространение. Также в работе были произведены оценки оптимального электрического сопротивления для того, чтобы максимизировать выходную мощность. Кроме того, авторами был рассмотрен вопрос накопления и хранения полученной энергии. На основе теоретических и экспериментальных исследований авторы сделали ряд важных заключений:

- увеличение присоединённой массы снижает резонансную частоту
- выходная мощность увеличивается с увеличением присоединённой массы
- после достижения определённого предела, увеличение массы уменьшает добротность из-за увеличения эффекта затухания
- положение присоединённой массы имеет большое влияние на эффективную массу консоли, а также её резонансную частоту
- ПСПЭ имеет эффективное внутреннее электрическое сопротивление емкостного типа, которое зависит от рабочей частоты
- максимальная передача мощности происходит, когда внутреннее электрическое сопротивление ПСПЭ соответствует резистивной электрической нагрузке
- при фиксированном уровне возбуждения, выходная мощность обратно пропорциональна частоте собственных колебаний ПСПЭ, следовательно, предпочтительной рабочей частотой является первая гармоника.

Большинство исследователей в области изучения ПСПЭ, в качестве материала для преобразователей, выбирают один из материалов, приведённых

в Таблице 2. Это происходит в связи с тем, что созданию новых пьезоэлектрических материалов посвящён отдельный раздел науки. Но некоторые исследователи также рассматривают возможность применения новых материалов для задач накопления энергии. Так, например, в работе [24] исследовалось применение, так называемого, пьезоэлектрического наноконкомпозита, который обладает значительным преимуществом перед обычным монолитными пьезо-керамическим материалом. Дело в том, что монолитные пьезо-керамические материалы имеют ряд свойств, которые ограничивают их применение в натуральных системах. Эти материалы являются очень хрупкими по своей природе, что делает их уязвимыми перед случайными поломками во время их обработки и приклеивания к рабочей поверхности. Кроме того, их сложно разместить на рабочей поверхности, если она обладает изогнутой формой. Также материалы на основе свинца обычно вносят большую добавочную массу в рабочую конструкцию, что в некоторых случаях может быть крайне нежелательно. Эти ограничения побудили к развитию альтернативных методов применения пьезоэлектрического материала, в том числе пьезо-керамического волокнистого композита, тонкоплёночного полимерного PVDF и пьезоэлектрических красок. Применение пьезоэлектрических красок позволяет наносить их на большие поверхности любой формы путём напыления, что потенциально увеличивает количество собранной энергии. Полимерные пьезоэлектрические материалы тоже могут быть нанесены на большие поверхности различных форм, но они обладают ограничением, связанным с необходимым уровнем механической деформации, при которой материал достигает состояния, в котором проявляется пьезоэлектрический эффект. Авторы [24] описали процесс изготовления пьезоэлектрической краски (наноконкомпозита) и произвели эксперимент на кантилевере, у которого с одной стороны был напылён композит. Им удалось получить выходную мощность в 0.2 мкВт при толщине слоя 0.5 мм.

Следующим способом увеличения энергоэффективности ПСПЭ является оптимизация конструкции, как самой подложки, так и пьезоэлементов. Так, авторы [25] проводили оптимизацию формы униморфной ПСПЭ кантиливерного типа. Была исследована трапециевидная форма подложки и пьезоэлектрического элемента. Анализ производился аналитическими, конечно-элементными и экспериментальными методами. Также было проведено сравнение выходной мощности прямоугольной и трапециевидной форм, которое показало, что

удельная мощность 0.72 мВт/мм^3 , получаемая на трапециевидной форме кантилевера, превосходит мощность прямоугольной формы 0.6 мВт/мм^3 .

Авторы [26] оптимизировали только форму самого пьезоэлемента, а форму подложки оставили прямоугольной. Было исследовано влияние размера и формы пьезоэлектрического преобразователя на выработку электроэнергии. Показано, что значительное увеличение генерации энергии может быть получено путём оптимизации конструкции преобразователя. Авторы показали, что форма преобразователя влияет как на емкость пьезоэлектрического материала, так и на коэффициент электромеханической связи, а изменение этих параметров по-разному влияет на выходную мощность.

В статье [27] представлены теоретические исследования влияния геометрических параметров униморфной ПСПЭ кантилеверного типа на выходную мощность. Авторы разработали аналитическую модель, использующую данные конечно-элементного расчёта, которая позволяет получить точное представление о влиянии различных геометрических изменений на выходные параметры ПСПЭ. С её помощью был проведен анализ, в котором варьировались такие параметры, как положение, длина и толщина пьезоэлектрического слоя, для того чтобы максимизировать выходную мощность ПСПЭ. Как и в [26], авторы пришли к выводу, что конфигурация, в которой пьезоэлектрический слой полностью покрывает подложку, является менее энергоэффективной, чем в случае неполного, но геометрически оптимизированного покрытия подложки. Кроме того, в этой работе варьировались лишь геометрические размеры пьезоэлектрического слоя, а не его форма, что с точки зрения производства пьезоэлектрических элементов, технологически более выгодно, так как нет необходимости в производстве элементов с нетипичной формой. Также авторами был сделан важный вывод, о том, что между местом крепления подложки и пьезоэлектрическим слоем должно быть небольшое расстояние, которое позволяет повысить выходную мощность за счёт снижения жесткости в этой зоне, за счёт увеличения амплитуды колебаний кантилевера. У ПСПЭ, приведённой в статье [27], размеры подложки которого составляли $50 \times 5 \times 0.7 \text{ мм}$, с помощью оптимизации геометрических параметров пьезоэлектрического слоя, выходную мощность на сопротивлении нагрузки равном 100 кОм удалось увеличить на 67.6% с 0.734 мВт (полное покрытие пьезоэлектрическим слоем подложки) до 1.23 мВт (оптимизированное покрытие), с учётом уровня возбуждения 9.81 м/с^2 .

Ещё одним способом увеличения выходной мощности является расширение полосы рабочих частот. Обычно, ПСПЭ кантилеверного типа работает только на первой моде колебаний, в силу того, что выходные электрические характеристики последующих мод малы и не представляют интереса для целей накопления энергии. Это в свою очередь свидетельствует об узкой полосе рабочих частот ПСПЭ кантилеверного типа. Кроме того, в реальных рабочих средах зачастую присутствуют колебания произвольной формы, представляющие собой результат наложения колебаний с различными частотами, а не чисто гармонические с одной частотой, которые обычно используются в экспериментах. Тем не менее, предпринимаются попытки расширения полосы рабочих частот ПСПЭ кантилеверного типа путём модификации классической конструкции и внесения в неё различных инженерных решений. Это, в свою очередь, не только сказывается на рабочих частотах, но также и влияет на выходные электрические характеристики ПСПЭ.

Исследователи в работе [28] изучали ПСПЭ кантилеверного типа, работающий на двух модах колебаний. Его суть заключается в том, что вместо обычной присоединённой массы использовался осциллятор (крепление массы параллельным соединением двух пружин), присоединённый к пьезоэлектрической консоли с латунным основанием. Теоретически и экспериментально было показано, что выходная мощность такого кантилевера превышает выходную мощность аналогичного кантилевера, но с традиционной присоединённой массой. На первой резонансной частоте выходная мощность оказалась почти в 4 раза больше, а на второй резонансной частоте составила всего лишь 68% от мощности кантилевера с традиционным креплением массы. Кроме того, численные исследования показали, что осциллятор следует помещать рядом с заделкой консоли, так как это повышает производительность.

В работе [29], авторы, с целью расширения полосы рабочих частот ПСПЭ кантилеверного типа с присоединённой массой, предложили так называемый *вложенный кантилевер*. Данное устройство имеет две степени свободы, а также две рабочих моды колебаний. Конструктивное решение заключается в использовании кантилевера, который включает в себя одну главную консольную балку и внутреннюю встроенную консольную балку, на каждой из которых расположены пьезоэлектрические преобразователи. Путём вариации присоединённой массы, авторы подстроили первые две резонансные частоты достаточно близко для достижения более широкой рабочей полосы, тем самым увеличив выходную

мощность обеих балок. Мощности, полученные авторами, равнялись 1.5 мВт для основной балки и 0.8 мВт для внутренней (вложенной) балки.

В [30] был разработан ПСПЭ с мультиконсольными пьезокерамическими элементами, работающий на низких частотах. Устройство было изготовлено с использованием техники плёночного литья и последующей лазерной резки. ПСПЭ состоял из шести пьезоэлектрических консолей различной длины с различными массами на их свободных концах. Исследователи экспериментально показали, что он может работать на нескольких низких резонансных частотах. Кроме того, было показано, что ширина его полосы пропускания может быть расширена до 200% на первой резонансной моде колебаний, и до 75% для второй моды с использованием данной модели ПСПЭ, а также может быть подстроена путём добавления присоединённой массы. Полоса частот может быть дополнительно расширена путём увеличения числа консолей и тонкой настройки размеров консолей и величин присоединённых масс. Максимальная мощность, полученная на данной ПСПЭ, составила 2.5 мкВт, и может быть повышена за счёт увеличения числа консолей. Данное конструктивное решение, по утверждению авторов, позволяет более эффективно использовать источники механических колебаний, обладающие широким спектром частот.

В работе [31] исследователи разработали крестообразную ПСПЭ и исследовали его выходные характеристики. ПСПЭ состояла из тонкой центрально-симметричной крестообразной упругой подложки и четырёх прямоугольных пьезокерамических элементов, которые были прикреплены к верхней поверхности четырёх лопастей подложки. Возбуждающее усилие от источника колебаний прикладывалось к центру подложки. Центрально-симметричная конструкция крестообразной ПСПЭ, по утверждению авторов, обеспечивает более стабильные и высокие выходные электрические характеристики, чем у обычной ПСПЭ кантилеверного типа, из-за того, что четыре лопасти ПСПЭ имеют одинаковую резонансную частоту. Изготовлению натурной модели ПСПЭ предшествовал конечно-элементный анализ, который позволил проанализировать резонансные и выходные характеристики ПСПЭ, а также впоследствии провести их сравнение с результатами эксперимента. Для подложки использовались 4 типа материалов: алюминий, медь, латунь и нержавеющая сталь марки SUS304. Из всех материалов, ПСПЭ на подложке из стали SUS304 показал самые высокие значения выходного напряжения и тока, 4.42 В и 7.83 мкА. Кроме того, были определены выходные характеристики для различных длин лопастей подложки: 50, 60, 70 и

80 мм. Резонансные частоты для различных длин лопастей подложки лежали в низкочастотном диапазоне между 19 и 34 Гц. Самые высокие уровни выходного напряжения и тока 1.85 В и 3.26 мкА были получены, когда длина лопасти подложки равнялась 80 мм.

Также для увеличения выходной мощности можно одновременно использовать кроме поперечных колебаний консоли ещё и продольные. Так, например, в работе [32] авторы исследовали влияние асимметрично расположенной присоединённой массы на биморфный ПСПЭ кантилеверного типа. Она позволяла использовать энергию колебаний не только в одном направлении, а сразу в двух. Кроме того, масса обладала возможностью регулирования центра масс, что позволяло более точно настраивать уровень возбуждения. Максимальная выходная мощность достигалась на резонансной частоте 45 Гц и электрическом сопротивлении нагрузки 100 кОм на изготовленном авторами прототипе ПСПЭ при возбуждении в нём колебаний в направлении оси z (поперечные) и оси x (продольные).

Выходное электрическое напряжение и мощность были примерно равны 38.5 В и 7.5 мВт при возбуждении колебаний на резонансной частоте по оси z , и 16.7 В и 1.4 мВт по оси x , соответственно, с учётом уровня возбуждения 10 м/с^2 .

Ещё одним способом увеличения выходной мощности, является внесение нелинейности в процесс накопления энергии. Интерес исследователей к нелинейным устройствам накопления энергии обращен в силу их способности работать в более широких диапазонах частот, обеспечивая большую мощность, чем их линейные аналоги, что делает их более подходящими для реальных рабочих условий. В работе [33] проведено исследование нелинейных нерезонансных ПСПЭ кантилеверного типа. Нелинейность обеспечивается путём добавления в конструкцию постоянных магнитов. На свободный конец кантилевера устанавливается магнит и на некотором расстоянии от него устанавливается ещё один. Расстояние между магнитами и их полярность влияет на то, в какой конфигурации будет работать ПСПЭ. Авторы производили испытания двух видов конфигураций с помощью гармонических и случайных колебаний при различных уровнях возбуждения. Основное заключение, сделанное авторами, состоит в том, что максимальная эффективность достигается в точке перехода от моностабильной к бистабильной конфигурации.

В статье [34] авторы исследовали устройство накопления энергии с нелинейной магнитной связью. Но в отличие от других исследователей, авторами

было решено использовать нелинейный магнитный осциллятор. Т.е. вместо фиксированного магнита, расположенного напротив магнита на конце консольной балки, исследователи расположили параллельно ещё одну консольную балку с магнитом на свободном конце. Обе балки располагались на общем подвижном основании. Сила, вносимая магнитами, регулировалась расстоянием между ними. Эксперимент и моделирование показали, что введение магнитного осциллятора расширяет рабочую полосу частот, и в то же время увеличивает максимально достижимую выходную мощность, что является преимуществом по сравнению с обычным линейным устройством накопления энергии и нелинейными с фиксированным магнитом, которые также были исследованы в статье. Кроме того, авторами было проведено исследование влияния расстояния между магнитами на выходные характеристики ПСПЭ, как для случая притягивающихся магнитов, так и для отталкивающихся магнитов. Установлено, что максимальная эффективность выходных электрических характеристик ПСПЭ достигается, когда расстояние между магнитами для обоих случаев полярности равно 1 см. Это расстояние соответствует точки перехода от линейной конфигурации к нелинейной, что согласуется с выводом, сделанным в [34]. Максимальная выходная мощность, полученная авторами, равнялась 2.5 мВт при уровне возбуждения равном 2 м/с^2 .

Авторы статьи [35] занимались исследованием процесса накопления энергии с внесением нелинейности, индуцированной магнитным полем, а именно изучением тристабильного ПСПЭ. Тристабильная конфигурация, в отличие от бистабильной конфигурации, обладает тремя потенциальными ямами, а не двумя. Тристабильность достигается за счёт внесения в конструкцию третьего магнита. В своем исследовании авторы представили теоретическую модель и экспериментальные исследования данного ПСПЭ. Для описания динамических характеристик тристабильного нелинейного ПСПЭ авторами была использована связанная электромеханическая модель с нелинейной магнитной восстанавливающей силой. Параметры соответствующей линейной системы накопления энергии без присутствия магнитной силы были получены с помощью генетических алгоритмов путём поиска минимальной погрешности между численным моделированием и экспериментальными результатами. Эквивалентная нелинейная восстанавливающая сила в тристабильном ПСПЭ была экспериментально определена, как полином высокого порядка. Численный анализ показал, что тристабильный ПСПЭ способен намного эффективнее работать в более широком

диапазоне низких частот по сравнению с бистабильной ПСПЭ. Экспериментальное моделирование проводилось при различных уровнях гармонического возбуждения в пределах от 1 до 20 Гц. Авторы показали, что предложенная электромеханическая модель может описать динамические характеристики ПСПЭ с тремя потенциальными ямами. Кроме того, с помощью предложенных ими методов идентификации можно достаточно точно получить ключевые параметры системы (например, коэффициент затухания и коэффициент электромеханической связи), а также нелинейные жесткости. Основным выводом, к которому пришли авторы состоял в том, что по сравнению с бистабильной конфигурацией ПСПЭ, обладающей более глубокими потенциальными ямами, тристабильная конфигурация легче возбуждается и легче преодолевает потенциальные ямы, что позволяет ей достигать более высокой выходной мощности в широком диапазоне частот.

Помимо нелинейности, вносимой постоянными магнитами, также можно использовать явления устойчивости в пластинах и оболочках. Так, например, объектом исследования в [36] стал нелинейный ПСПЭ на основе бистабильной композитной пластины с наклеенными на неё пьезоэлектрическими преобразователями. Бистабильность, в данном случае, обеспечивалась свойствами пластины сохранять форму, а не магнитами, как в предыдущих работах. На пластину 200×200 мм из углеродного волокна были приклеены 4 гибких пьезоэлектрических элемента на основе PZT-5A, а также на каждый угол пластины была установлена присоединённая масса. Крепление пластины к вибростенду происходило по центру пластины. Наибольшая выходная мощность, полученная авторами, равнялась 34 мВт при импульсном возбуждении с частотой 9.8 Гц.

В последнее время набирает популярность ещё один нелинейный способ накопления энергии на основе пьезоэлектрических преобразователей. В отличие от традиционного способа, где колебания в консоли возбуждаются при помощи перемещения её заделки, новый способ предлагает качественно новый подход — использование потоков жидкости или газа для возбуждения колебаний. Кроме того, данный подход расширяет возможные области применения ПСПЭ.

В [37] авторы исследовали ПСПЭ кантилеверного типа, механические колебания в котором возбуждались потоком воздуха. Авторами был проведен подробный теоретический анализ, с использованием нелинейной теории балок Эйлера-Бернулли и линейных определяющих уравнений, в сочетании с принципом Гамильтона и теорией электрических цепей, в результате чего были

получены уравнения, описывающие динамику ПСПЭ. Впоследствии, с помощью метода Галёркина был снижен порядок модели, а также показано, что моделей с пониженным порядком, учитывающих одну моду колебаний бесконечномерной системы достаточно, для предсказания поведения ПСПЭ. Кроме того, было получено приближённое аналитическое решение упрощённой модели вблизи границы устойчивости, а также была изучена нормальная форма в результате бифуркации. Проведённый эксперимент показал достоверность разработанной модели. Выходная мощность исследованного ПСПЭ оказалась равной 0.1–0.8 мВт при скорости воздушного потока 7.5–12.5 м/с.

Статья [38] рассматривает возможность использования колебаний, возникающих в таких объектах, как гибкий флаг, помещённый в осесимметричный поток жидкости, для целей накопления энергии. Для этого авторы исследования рассматривали динамику связанной системы, состоящей из классической жидкой среды, гибкой пластины в осесимметричном потоке, и простой резистивной цепи, связанной с пьезоэлектрическими элементами, прикрепленными к поверхности пластины и преобразующими деформации изгиба пластины в электрический ток. Аналитический анализ, в котором пластина представлялась полностью покрытой бесконечно малыми пьезоэлементами, показал, что эффективность преобразования энергии определяется, как функция от различных параметров системы, а именно коэффициента инерции, безразмерной скорости потока, коэффициента электромеханической связи и коэффициента подстройки. Для практически применимых коэффициентов электромеханической связи, около 10% кинетической энергии потока может быть преобразовано в электрический ток, но данная эффективность преобразования оказалась весьма чувствительной к некоторым важным параметрам, в частности, коэффициенту связи и скорости потока. Также авторы делают заключение, что максимальное преобразование энергии достигается, когда постоянная времени электрической цепи подстроена к частоте колебаний пластины. Эта частота определяется через нелинейную связь в системе из жидкой среды, твёрдого тела и электрической цепи. Поэтому, изменения в частоте колебаний пластины, связанные с изменением режима колебаний, оказывают непосредственное влияние на эффективность преобразования энергии в системе и её устойчивость к изменениям скорости потока. Авторы делают заключение, что выбор режима колебаний является важной задачей для повышения эффективности данной модели ПСПЭ. Кроме того,

авторский подход даёт представление о характере и важности влияния обратной связи процесса накопления энергии на динамику твёрдого тела.

В качестве дальнейшего развития идеи о возбуждении механических колебаний в пьезоэлектрическом материале воздушным потоком, авторы [39] разработали совмещённый накопитель колебательной и аэроупругой энергий (ИВАЕН), конструктивно совмещённый с крылом, который может одновременно использовать энергию из окружающих колебаний и ветра. Для оценки выходных характеристик устройства, авторы решили провести три отдельных эксперимента. В первом эксперименте ПСПЭ возбуждался классическим способом, т.е. возбуждением колебаний в основании заделки кантилевера. Во втором эксперименте ПСПЭ возбуждался только воздействием потока воздуха на крыло, закрепленное на конце кантилевера, причём на скоростях потока воздуха, как до появления флаттера, так и после. И в третьем эксперименте ПСПЭ возбуждался комбинированно: перемещением основания заделки кантилевера и воздействием потока воздуха. Авторы заключили, что мощность, полученная от двух ПСПЭ, возбуждаемых одновременно потоком воздуха и перемещением основания, превышает мощность, полученную от двух ПСПЭ, где каждый возбуждается либо перемещением основания, либо потоком воздуха. Причём разница в суммарной мощности составила порядка 3 раз. В целом, авторы продемонстрировали как теоретически, так и экспериментально, что при использовании одной пьезоэлектрической ПСПЭ в условиях комбинированной аэродинамической нагрузки и вибрации окружающей среды можно значительно улучшить выходные электрические характеристики.

Авторы [40] в своей работе рассматривали аспекты проектирования и улучшения производительности аэроупругих ПСПЭ при низких скоростях ветра. ПСПЭ состояла из жёсткого крыла, поддерживаемого линейными и нелинейным изгибными и торсионными пружинами с пьезоэлектрическими элементами, расположенными на изгибных пружинах. Аэроупругая система была разработана таким образом, чтобы коэффициент конструкционного демпфирования был мал. Авторы предложили использовать нормальную форму бифуркации Хопфа для того чтобы максимизировать выходную мощность. Предлагаемый ими подход к проектированию ПСПЭ был подтвержден результатами численного эксперимента. Результаты показали, что натурной конструкции будет необходима возможность подстройки системы для изменения порога скорости ветра, на

которой возникает флаттер. Максимальная полученная мощность без потери устойчивости крыла составила 8 мВт.

Как говорилось выше, существует несколько методов преобразования энергии колебаний, создаваемой окружающей средой (см. таблицу 1). Как следствие, одним из способов увеличения энергоэффективности ПСПЭ является комбинирование этих методов в одном гибридном устройстве. Так, например, авторы работы [41] исследовали два независимых метода преобразования энергии механических колебаний в электрическую: пьезоэлектрический и электромагнитный. Кроме того, ими также был рассмотрен гибридный метод, заключающийся в совмещении пьезоэлектрического и электромагнитного метода в одном устройстве, целью которого является обеспечение более высокого КПД преобразования энергии, чем у каждого из методов по отдельности. В качестве связующего звена между этими методами послужила замена присоединённой массы на свободном конце ПСПЭ кантилеверного типа на постоянный магнит, который может совершать перемещения внутри катушки индуктивности.

Изготовленная ПСПЭ имела резонансную частоту 21.6 Гц, а генерируемая им пиковая выходная мощность равнялась ~ 332 мкВт, что превышало мощности 257 и 244 мкВт для пьезоэлектрических и электромагнитных устройств накопления энергии, взятых по отдельности. В результате чего было достигнуто 30% увеличение выходной мощности. Также авторами был проведен теоретический анализ, который хорошо согласовывался с экспериментальными результатами. Авторы отдельно отметили, что, хотя общее электрическое демпфирование в связанной системе и является суммой отдельных компонентов электрического демпфирования, общая выходная мощность устройства не может быть суммой мощностей каждого отдельно взятого метода преобразования энергии, так как увеличение общего демпфирования в системе ведёт к уменьшению амплитуды колебаний (и, следовательно, деформации) пьезоэлектрических элементов, расположенных на консольной балке. Кроме всего прочего, в этой работе приведены конструктивные соображения и ограничения, которые необходимо учитывать, чтобы повысить производительность устройства за счёт сочетания нескольких механизмов преобразования энергии в одном устройстве.

Кроме модификации механической части ПСПЭ, существует ещё один способ повышения выходной мощности, заключающийся в оптимизации электрической цепи, обрабатывающей выходной сигнал с ПСПЭ. Обзор данного вопроса широко представлен в работе [42]. Повышение выходной мощности

и оптимизация конструкции ПСПЭ к условиям предполагаемой рабочей среды представляют из себя довольно интересные исследовательские задачи, но кроме них также стоит вопрос применения ПСПЭ в качестве источников энергии. Так, например, в статье [7] рассматривалась задача непосредственного использования энергии, генерируемой ПСПЭ для питания беспроводного датчика. В качестве источника питания использовался ПСПЭ кантилеверного типа трапециевидной формы, который был спроектирован так, чтобы работать на заданной частоте возбуждения. Кроме того, были проведены исследования на износостойчивость в течение 10^7 рабочих циклов, при которых ПСПЭ показала удовлетворительные результаты. Максимальная выходная мощность, полученная авторами на трапециевидном биморфном ПСПЭ с размерами оснований 1.5 см и 3 см, а также высотой 3 см и толщиной 0.4 мм при возбуждении с частотой 100 Гц и ускорении 1 g (ускорение свободного падения) равнялась 35 мкВт. Авторы также испытали беспроводной датчик, расположенный в среде, в которой присутствовали механические колебания с частотой 120 Гц и ускорением 0.25 g. Этих внешних условий было достаточно для того, чтобы датчик каждые 10 секунд передавал тестовый сигнал.

Работа [43] посвящена исследованию двух способов накопления энергии с использованием ПСПЭ кантилеверного типа в качестве источника энергии. Первый способ накопления энергии заключался в использовании конденсатора и схемы регулирования процесса зарядки конденсатора. Тем не менее, было установлено, что из-за малого объёма энергии, которую может вместить конденсатор, в электрических схемах, которые использует этот носитель, будет наблюдаться пульсация выходного напряжения. Наличие пульсации выходного напряжения ограничивает количество электрических устройств, которые могут быть обеспечены питанием от цепи с конденсатором. В связи с этим, вычислительная электроника и устройства хранения данных, не могут быть использованы вместе с этой технологией, что серьезно ограничивает возможные области применения.

Второй способ накопления энергии заключался в использовании перезаряжаемых никель-металл-гидридных аккумуляторов. В первом тесте для зарядки аккумулятора ёмкостью 40 мА·ч ПСПЭ возбуждался на первой изгибной моде колебаний гармоническим сигналом. Выяснено, что для зарядки аккумулятора при данных условиях требуется около 20 минут. После резонансного возбуждения, было использовано возбуждение случайным сигналом, схожим с вибрацией

автомобильного компрессора, которое показало возможность зарядки аккумуляторной батареи в течение двух часов. Авторами было показано, что с помощью аккумуляторной батареи можно обеспечить питанием значительно больший круг электронных устройств, чем с помощью конденсатора. Выходная мощность, полученная авторами на ПСПЭ кантиливерного типа с резонансной частотой 63 Гц размерами $40 \times 80 \times 1.2$ мм на алюминиевой подложке, составила 2 мВт.

В статье [44] представлено исследование новой концепции, предполагающей сочетание пьезоэлектрических материалов и тонкопленочных батарей, с целью формирования многофункционального самозаряжающегося устройства сбора и накопления энергии. Предлагаемая концепция самозаряжающейся структуры содержит в себе, как средства выработки электроэнергии, так и её хранения, в многослойной композитной балке, состоящей из активных пьезокерамических слоев для преобразования энергии механических колебаний в электрическую, слоев тонкопленочных батарей для хранения энергии и центрального слоя металлической подложки. Авторы рассмотрели некоторые аспекты проектирования, моделирования, изготовления и оценки эффективности самозаряжающейся структуры. Максимальная выходная мощность, полученная авторами, оказалась равной 1.6 мВт на электрическом сопротивлении нагрузки 85 кОм при возбуждении на резонансной частоте 211 Гц и ускорении. В дальнейших работах [45–49] данный коллектив авторов исследовал возможность применения данной концепции многофункционального самозаряжающегося устройства к беспилотным летательным аппаратам, как средства для гашения колебаний закрылков, путём преобразования энергии механических колебаний в электрическую, но не рассеивая её на Джоулево тепло [50; 51], а накапливая для нужд аппаратуры летательного устройства. Что в целом является довольно перспективным направлением применения ПСПЭ.

Пьезоэлектрические структуры преобразования энергии стекового типа

Пьезокерамические преобразователи, работающие на продольных модах колебаний, изначально не получили должного внимания исследователей в системах накопления энергии из-за их высокой жесткости, которая сильно затрудняет

деформирование материала. С одной стороны, это позволяет данным преобразователям работать в условиях высоких сжимающих напряжений, а с другой стороны, создаёт проблему интеграции данных устройств в рабочую среду. Но, в последнее время, это препятствие было преодолено применением конструкций, которые позволяют относительно слабые внешние усилия преобразовывать в более мощные. Кроме того, были найдены способы интеграции подобных устройств в среду, где преобладают сильные сжимающие напряжения. Существует два основных типа преобразователей: монолитные и многослойные. Монолитные представляют собой цельный кусок пьезокерамического материала определённой формы, с нанесёнными на него электродами. А многослойный преобразователь — это несколько монолитных преобразователей, соединённых конструктивно в единое целое, а также параллельно соединённых в единую электрическую цепь (см. Рис. 3). ПСПЭ использующие продольные моды колебаний в направлении параллельном вектору поляризации принято называть осевыми, а многослойные — стековыми.

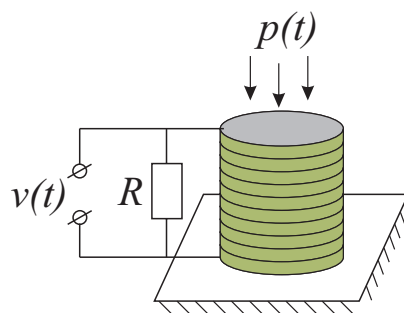


Рисунок 3 — Многослойный преобразователь

Основная масса исследовательских работ посвящена изучению возможности использования данного вида ПСПЭ, в качестве источника напряжения, в различных приложениях: носимое оборудование, автомобильные дороги, имплантаты [52–59]. Далее будут освещены результаты некоторых из этих работ.

Авторы работы [52] занимались разработкой пьезоэлектрического преобразователя, позволявшего преобразовать энергию внешних механических колебаний/деформаций в условиях сжимающих напряжений. Предлагаемый ими преобразователь был выполнен из двух кольцевых многослойных пьезоэлектрических элементов, одной пары дугообразных упругих пластин и одного вала, который предварительно сжимает предыдущие детали. Данный преобразователь работает в режиме сжатия, путём преобразования силы, приложенной в поперечном направлении, в усиленную продольную силу, действующую на

два пьезоэлектрических стека через две дугообразные упругие пластины, тем самым создавая большое электрическое напряжение на выходе. Экспериментальные результаты показали, что без электрической нагрузки, подобный ПСПЭ мог генерировать максимальное выходное электрическое напряжения до 110 В. А с электрической нагрузкой 40 кОм при возбуждении ускорением 1 g на резонансной частоте 87 Гц максимальная выходная мощность достигала 14.6 мВт. Авторы пришли к заключению, что подобный ПСПЭ, по сравнению с обычным ПСПЭ кантилеверного типа, обладает способностью выдерживать большие механические нагрузки на невысокой резонансной частоте, а также более высокими значениями удельной выходной мощности и выходного напряжения.

Работа [53] посвящена исследованию возможности использования многослойного ПСПЭ стекового типа для получения энергии из усилий, возникающих в лямке рюкзака во время его ношения, причём таким образом, чтобы это негативно не сказывалось на пользователе (не снижало его ловкости и выносливости). Это было достигнуто путём замены пряжки ремня на механический преобразователь со встроенным в него многослойным ПСПЭ. Кроме того, авторами была разработана теоретическая модель системы, а также были проведены предварительные эксперименты, чтобы измерить нагрузку в лямке рюкзака. Результаты показали, что погрешность модели при расчёте выходной мощности в случае неполной загрузки рюкзака составила не более чем 12% для каждого испытания. После проверки модели, было выполнено моделирование, которое позволило оценить энергию, которую можно получить при полной загрузке рюкзака и использовании двух пьезоэлектрических ремней. Оказалось, что средняя мощность, которую можно получить в данной системе составила ~ 0.4 мВт.

В статье [54] теоретически и экспериментально проводилось изучение гармонического и стохастического возбуждения многослойных ПСПЭ стекового типа. Тем самым авторы рассматривали возможности применения подобных ПСПЭ в гражданской инфраструктуре, в которой присутствуют большие сжимающие нагрузки, такие как давление, создаваемое автотранспортом на дорожное покрытие, а также давление, создаваемое пешеходами на тротуар. Авторы приводят аналитическое решение для процесса накопления энергии с использованием многослойных ПСПЭ стекового типа при гармонических и случайных колебаниях. Аналитические и численные решения довольно хорошо согласуются с экспериментальными измерениями для многослойного преобразователя на основе керамики PZT-5Н для различных значений сопротивления нагрузки и

уровней механического возбуждения ПСПЭ. Максимальная удельная выходная мощность, полученная при воздействии давления 170 кПа с частотой 30 Гц на образец ПСПЭ размерами $5 \times 5 \times 18$ мм, составила 25 мВт/см^3 .

В работе [55] была рассмотрена задача о конечно-элементном моделировании ПСПЭ стекового типа, возбуждаемого инерциальным способом. Исследуемый объект представлял из себя монолитный пьезокерамический цилиндр, на закреплённый на подвижном основании с одного конца и имеющий присоединённую массу с другого. В ходе исследования данного устройства было изучено влияние его геометрических характеристик и материалов инерционной массы на эффективность ПСПЭ при работе на первой резонансной частоте и на значительно меньшей. На основе проведённых исследований автор делает заключение о выборе рациональных размеров элементов и материалов инерционной массы при которых можно достичь максимальных показателей эффективности работы устройства при заданной частоте возбуждения.

Авторы работы [56] занимались разработкой спинномозгового имплантата с интегрированным ПСПЭ, для получения электрической энергии, необходимой для работы других терапевтических устройств. Для этих целей ими был использован стековый ПСПЭ. Исследователи изучали влияние количества слоев на среднюю максимальную мощность и оптимальное сопротивление электрической нагрузки. В ходе исследования рассматривались влияния предварительного механического нагружения, частоты и амплитуды механической нагрузки на максимальную мощность и оптимальное сопротивление электрической нагрузки. Было обнаружено, что увеличение количества слоев от одного до девяти снижает оптимальное электрическое сопротивление от 1 ГОм до 16.78 МОм при сохранении максимальной выработки электроэнергии. Предварительное механическое нагружение не оказывало существенного влияния на выходную мощность или оптимальное электрическое сопротивление. Увеличение частоты механической нагрузки увеличило среднюю максимальную мощность, уменьшив оптимальное сопротивление электрической нагрузки. Увеличение амплитуды механической нагрузки увеличило среднюю максимальную выходную мощность, не влияя на оптимальное сопротивление электрической нагрузки.

В статье [57] проводились полевые испытания экспериментального образца стекового ПСПЭ. Изготовленный образец был установлен под дорожное

покрытие. Было показано, что энергия деформации дорожного покрытия позволяет вырабатывать электрическую энергию. Средняя выходная мощность такого ПСПЭ составила 3.1 мВт. Анализ результатов измерений показал, что пьезоэлектрическому материалу передаётся только 14% приложенной нагрузки.

Работа [58] также посвящена изучению возможности использования стековых ПСПЭ для выработки электроэнергии из дорожного покрытия. Исследователи разработали лабораторный прототип. В рамках исследования были изучены влияние нескольких параметров, таких как величина нагрузки, зависящая от типа транспортного средства, время и частота нагрузки, зависящие от скорости движения и объёма дорожного трафика, общая продолжительность испытания, количество и расположение пьезоэлектрических дисков. Испытания проводились в одноосном режиме нагружения. Установлено, что увеличение частоты уменьшает время нагрузки пьезоэлектрических дисков, а увеличение числа циклов нагрузки в секунду, приводит к увеличению генерируемой мощности. Также сделано заключение о низкой чувствительности прототипа к температуре. Чувствительность была более выраженной в интервале температур между 4 и 22 °С, когда использовались более высокие значения нагрузки.

Исследование [59] посвящено новому типу пьезоэлектрических преобразователей мостового типа, конструкция которых основана на форме тарелки. Это конструктивное решение было использовано для увеличения количества преобразуемой энергии при ударной нагрузке, возникающей в дорожном покрытии под действием дорожного транспорта. Преобразователь состоял из пластины мягкой ЦТС керамики толщиной 2 мм и сечением 32×32 мм², зажатой между двумя стальными крышками. Ещё одна особенность данного преобразователя заключалась в электроде, используемом для поляризации пьезоэлектрической керамики по её длине, который позволял более эффективно использовать режим d_{33} , тем самым улучшая выработку энергии. Прототип модуля с 64 мостовыми преобразователями был изготовлен и испытан при помощи имитации движения автотранспорта по шоссе. По сравнению с традиционной конструкцией преобразователя, горизонтальная поляризация значительно увеличивает энергию и выходное напряжение. Нагружение, имитирующее дорожный трафик с частотой 5 Гц, генерировало 2.1 мВт при электрическом сопротивлении 400 кОм

Математическое моделирование пьезоэлектрической структуры преобразования энергии кантилеверного типа

Связанная электромеханическая задача расчёта электрического напряжения на резистивной нагрузке, подключенной к выходам ПСПЭ, была исследована многими авторами. В самом начале исследователи использовали математические модели с сосредоточенными параметрами (с одной степенью свободы). Модели с сосредоточенными параметрами удобны при моделировании эквивалентной электрической цепи, описывающей электрическую часть системы, так как элементы цепи можно представить с помощью сосредоточенных параметров: конденсатора, описывающего внутреннюю емкость пьезокерамического материала, и резистора, представляющего внешнее сопротивление нагрузки. Таким образом, единственное, что требуется получить — это представление механической части связанной системы в сосредоточенных параметрах, так чтобы механическую и электрическую составляющие системы можно было связать через определяющие уравнения пьезоэлектрического материала. Этого метода описания связанной системы придерживался Dutoit и др. [60] в своём модельном исследовании, представленном далее.

Dutoit и др. [60] разработали аналитическую связанную одномерную электромеханическую модель пьезоэлектрического накопителя энергии. С помощью данной модели можно получить основной отклик пьезоэлектрического накопителя энергии, работающего на колебаниях, а также она даёт представление о более сложной модели двумерной балки. Модель состоит из пьезоэлектрического элемента, возбуждаемого через основание. Пьезоэлектрический элемент обладает массой и подключен к электрической цепи, представленной резистором. Также в ней учитывается присоединённая масса. Было проанализировано явление сдвига собственной частоты устройства при условиях короткого замыкания в разомкнутой цепи. Оказалось, что сдвиг является более выраженным для микромасштабных устройств, поскольку вклад пьезоэлектрического элемента в общую структурную жесткость больше, чем у макромасштабных устройств. Для последних устройств этот эффект обычно ничтожен.

Erturk и Inman, [61] показали, что модель, полученная в [60], в случае гармонического возбуждения основания может давать очень неточные результаты, как для поперечных, так и для продольных колебаний консольной конструкции,

в зависимости от соотношения величины присоединённой массы к массе балки. Из-за использования сосредоточенных параметров, вклад распределённой массы консольной конструкции в амплитуду возбуждения учитывается слабо. А он имеет важное значение, особенно если величина присоединённой массы у кантилевера мала. Для повышения точности расчётов модели с сосредоточенными параметрами Erturk и Inman ввели поправочный коэффициент

Хотя моделирование с использованием сосредоточенных параметров и даёт начальные представления о задаче, позволяя использовать простые выражения для описания системы, оно прежде всего является приближением, ограниченным одной модой колебаний, которому не хватает важных аспектов связанной физической системы, таких как информация о динамической форме моды колебаний и точной информации о распределении деформации, а также их влияния на электрический ответ системы.

А. Erturk и D.J. Inman в ряде работ [62–65] представили аналитическое решение связанной задачи для различных конфигураций ПСПЭ кантилеверного типа на основе гипотез Эйлера-Бернулли для балки. Они получили явные выражения для выходного напряжения на резистивной нагрузке и для перемещений консоли при гармоническом возбуждении основания, представленном в виде суммы поступательного и малого вращательного движений. Кроме того, данными авторами было подробно исследовано поведение ПСПЭ с коротко замкнутой и разомкнутой цепями, а также влияние эффекта пьезоэлектрической связи.

Математическое моделирование стековой пьезоэлектрической структуры преобразования энергии

В последнее время внимание исследователей с кантилеверной конфигурации ПСПЭ стало переключаться на стековую. В силу того, что стековые ПСПЭ способны выдерживать довольно высокие значения сжимающих напряжений, что в свою очередь, позволяет интегрировать их в такие объекты инфраструктуры, как транспортные автомагистрали и железнодорожные пути, возникла необходимость создания математической модели для прогнозирования выходных характеристик того или иного ПСПЭ.

Авторы, в упомянутой ранее работе [60], также рассматривали применение одномерной модели с сосредоточенными параметрами к случаю продольных колебаний монолитного пьезокерамического элемента, при наличии присоединённой массы. Предполагалось, что возбуждающее усилие имеет инерционный характер, а само устройство работает в окрестности первого резонанса. Были получены зависимости выходного напряжения от электрического сопротивления. Модель была оптимизирована для получения максимальной выходной мощности и определены два оптимума для выходной мощности, соответствующие резонансной и антирезонансной частотам устройства.

Работа [61] затрагивает задачу о продольных колебаниях монолитного пьезоэлектрического стержня, закреплённого с одной стороны и нагруженного присоединённой массой с другой, для случая распределённых параметров. Авторы проводят сравнительный анализ моделей с сосредоточенными и распределёнными параметрами. На основе анализа делается заключение, что для соответствующей одномерной модели с сосредоточенными параметрами требуется поправочный коэффициент. Причём значение поправочного коэффициента возрастает по мере уменьшения отношения величины присоединённой массы к массе стержня.

В [66] была предложена аналитическая модель для стекового (многослойного) ПСПЭ в случае осевого сжимающего нагружения. Предполагалось, что ПСПЭ возбуждается на частотах, гораздо меньших собственной резонансной частоты, что в свою очередь позволило описать динамику системы односторонней электромеханической связью и уравнением первого порядка. Также была рассмотрена задача об оценке выходной мощности для стекового ПСПЭ, подвергаемого стохастическому возбуждению. Для этого был использован метод Эйлера-Маруямы.

Авторы [67] представили аналитическое решение для пьезоэлектрического стекового преобразователя в случае внешней механической гармонической нагрузки, основанное на линейной теории электроупругости. Решение получено с использованием метода перемещений. Было исследовано влияние частоты нагрузки, амплитуды нагрузки и толщины электрода на динамические характеристики преобразователей. Показано, что электрическое напряжение приближается к значениям амплитуды напряжения разомкнутой цепи при увеличении значения нагрузочного резистора. Для заданной частоты нагрузки имеется оптимальное значение нагрузочного резистора, при котором можно получить

максимальную среднюю выходную мощность. Кроме того, сделано заключение, что оптимальное значение электрического сопротивления будет уменьшаться с увеличением частоты нагрузки.

Выводы по обзору источников литературы

Проведённый анализ литературных источников показал следующее:

1. Тематика ПСПЭ является одним из основных направлений области накопления «зелёной» энергии
2. Основными задачами, стоящими перед исследователями в этой области, являются максимизация выходной мощности ПСПЭ и адаптация к условиям рабочей среды
3. Основная масса работ посвящена экспериментальным исследованиям, в то время как теоретическая часть данного направления ещё недостаточно развита
4. Существующие аналитические модели кантилеверных ПСПЭ бывают двух видов: с сосредоточенными параметрами и распределёнными. Модели с сосредоточенными параметрами дают общее качественное представление о процессе накопления энергии. Для точного количественного анализа требуется проведение предварительных экспериментов для идентификации необходимых параметров модели. Модели с распределёнными параметрами достаточно точно количественно и качественно описывают процесс накопления энергии. Тем не менее в большинстве работ рассматривается наиболее простой случай кантилеверного ПСПЭ — случай полного покрытия пьезоэлементом подложки
5. Аналитические модели стековых ПСПЭ в основном являются моделями с сосредоточенными параметрами, что в свою очередь, порождает необходимость предварительных экспериментов, для идентификации параметров модели. Также существует аналитическая модель стекового ПСПЭ с распределёнными параметрами, но, в силу своей рекурсивной природы, она сложна для анализа

Из описанного выше следует, что существует необходимость разработки методов анализа сложных кантилеверных конструкций, а также разработки модели стекового ПСПЭ с сосредоточенными параметрами.

Актуальность темы. Применение пьезоэлектрических структур получило широкое распространение в различных областях науки и техники. Одним из направлений использования пьезоэлектрических структур является сбор и накопление энергии из внешней среды. Устройства накопления энергии, использующие пьезоэлектрический эффект, называются пьезоэлектрическими структурами преобразования энергии (ПСПЭ). Они являются альтернативными источниками энергии. Данные устройства преобразуют энергию механических колебаний, присутствующих в окружающей среде, в электрическую энергию, пригодную для питания маломощных автономных устройств. Аналитические методы расчёта подобных устройств недостаточно развиты. Поэтому необходимо дальнейшее развитие методик анализа ПСПЭ на основе различных прикладных теорий для моделей связанной электроупругости, а также учёт эффектов более высокого порядка, возникающих в сегнетоэлектрических структурах.

Цели и задачи. Целью данной работы является разработка численно-аналитических методов анализа конструкций ПСПЭ и проведение экспериментальных исследований ПСПЭ различных типов

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Разработать численно-аналитические методы анализа ПСПЭ
2. Разработать численно-аналитические методы анализа проявления флексоэлектрического эффекта в конструкциях типа ПСПЭ
3. Провести экспериментальные исследования ПСПЭ кантилеверного и стекового типов
4. Провести численные эксперименты для установки границ адекватности разработанных моделей и выбора оптимальных параметров ПСПЭ

Объектами исследования являются ПСПЭ, представляющие собой комбинированное тело, части которого обладают как чисто упругими, так и электроупругими физическими свойствами. Также отдельно рассматриваются сегнетоэлектрические балки, не прошедшие процесс поляризации.

Структура и содержание работы. Основная часть диссертации состоит из трёх глав. **Первая глава** посвящена математическому моделированию ПСПЭ. Она разделена на три основных параграфа. В первом параграфе приводится общая постановка задачи для электроупругого тела.

Во втором параграфе выводится математическая модель, описывающая поведение ПСПЭ кантилеверного типа. Вывод происходит в несколько этапов. На начальном этапе, на основе вариационного принципа получаются общие уравнения, описывающие поведение пьезоэлектрического тела. Поскольку кантилеверная ПСПЭ работает на изгибных колебаниях, вводятся гипотезы Эйлера-Бернулли, и уравнения упрощаются. В силу предполагаемых рабочих условий ПСПЭ, ставится задача для вынужденных колебаний. Данная задача решается методом Канторовича, путём разложения перемещения в ряд по собственным колебаниям. На последующих этапах рассматривается слоистая конструкция с постоянным сечением по всей длине, а также сегментированная конструкция с непостоянным сечением. Затем к системе добавляется присоединённая масса. На основе полученной модели исследуются зависимости основных выходных характеристик ПСПЭ от различных геометрических и конструктивных параметров. В конце раздела рассматривается сравнение результатов, полученных на основе модели, с результатами конечно-элементных расчётов.

В третьем параграфе рассматривается математическое моделирование ПСПЭ стекового типа. Так же, как и во втором разделе, модель строится на основе вариационного принципа, но рассматриваются вынужденные продольные колебания стекового ПСПЭ. Решение также получается при помощи метода Канторовича. На основе полученной модели исследуются зависимости основных выходных характеристик ПСПЭ от различных геометрических и конструктивных параметров. В конце раздела производится сравнение результатов, полученных с помощью разработанной модели, с результатами одномерной модели с сосредоточенными параметрами, а также с конечно-элементным расчётом.

В конце главы даются выводы.

Вторая глава посвящена математическому моделированию флексоэлектрического эффекта в диэлектриках. В начале главы приведён обзор литературных источников по теме.

Далее рассматриваются аспекты моделирования флексоэлектрического эффекта в неполяризованной пьезокерамике. На основе вариационного подхода, в котором плотность потенциальной энергии учитывает влияние градиента деформации, выводится система уравнений. Введение гипотез Эйлера-Бернулли, позволяет перейти к одномерным уравнениям. Полученные уравнения были решены численно-аналитическим методом Канторовича. Кроме того, проводится оценка влияния значения флексоэлектрического модуля и электрического сопротивления на выходной электрический потенциал.

В конце главы даются выводы.

Третья глава посвящена экспериментальному моделированию ПСПЭ. Глава делится на два основных параграфа.

В первом параграфе описываются эксперименты с вынужденными колебаниями ПСПЭ стекового типа. Данные ПСПЭ нагружались тремя различными видами нагрузки: гармоническое, импульсное, квазистатическое. Для каждого вида нагружения приводится описание экспериментальных установок, методики эксперимента и экспериментальных образцов. В ходе эксперимента были получены зависимости выходного напряжения от электрического сопротивления, которые потом были пересчитаны в выходную мощность. Кроме того, для первых двух типов нагружения приводится сравнение с расчётами, произведёнными на основе модели, выведенной в первой главе.

Во втором параграфе описываются эксперименты с вынужденными колебаниями ПСПЭ кантилеверного типа. Приводится описание экспериментальной установки, методики эксперимента, экспериментальных образцов. В ходе эксперимента были получены зависимости выходного напряжения от электрического сопротивления. Затем они были пересчитаны в выходную мощность. В конце раздела проводится сравнение с расчетными данными, полученными на основе модели, выведенной в первой главе.

В конце главы даются выводы.

Заключение содержит основные результаты работы.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью математического аппарата, применяемого для корректного вывода краевых задач, использованием известных алгоритмов численного исследования, совпадением с результатами, полученными из экспериментов, а также с результатами других авторов.

Научная новизна состоит в

1. построении математической модели ПСПЭ кантилеверного типа (учитывающей особенности реальных конструкций, такие как частичное покрытие пьезоэлементами подложки и наличие присоединённой массы) на основе вариационного принципа Гамильтона-Остроградского, а также использовании предложенного численно-аналитического метода её анализа;
2. построении математической модели ПСПЭ стекового типа на основе вариационного принципа Гамильтона-Остроградского, а также использовании предложенного численно-аналитического метода её анализа;
3. построении математической модели на основе вариационного принципа, описывающей проявления флексоэлектрического эффекта, и предложении численно-аналитического метода её анализа;
4. разработке лабораторных установок для проведения экспериментов по определению рабочих характеристик ПСПЭ кантилеверного и стекового типов при различных видах нагружения;
5. результатах проведённых натурных и численных экспериментов над двумя типами ПСПЭ и балкой из сегнетоэлектрического материала.

Практическая значимость. Полученные результаты могут быть использованы для дальнейшего развития модельных и экспериментальных методов исследования свойств ПСПЭ различной конфигурации и их оптимизации. Разработанные методы анализа позволяют проводить расчёт рабочих характеристик ПСПЭ с учётом конструктивных особенностей, а также разрабатывать рекомендации по усовершенствованию конструкции ПСПЭ.

Реализация результатов работы. Модель ПСПЭ была представлена на X международном конкурсе молодежных инноваций и технологий «Новое время» (Севастополь, 2015 г.) и была удостоена золотой медали. Модель ПСПЭ, совмещающей в себе стековый и кантилеверный типы, была запатентована [68].

На защиту выносятся:

1. Разработанный численно-аналитический метод для решения задач о расчёте накопления энергии для кантилеверного ПСПЭ в случае неполного покрытия пьезоэлементом подложки и для многослойного стекового ПСПЭ
2. Разработанный подход в решении задач для балки, учитывающий наличие флексоэлектрического эффекта

3. Результаты численных исследований основных выходных характеристик ПСПЭ в зависимости от различных входных параметров
4. Разработанные алгоритмы и реализованные компьютерные программы, результаты вычислительных экспериментов по определению выходных характеристик ПСПЭ различных конфигураций
5. Данные экспериментальных исследований ПСПЭ различных конфигураций

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на: международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды» (г. Ростов-на-Дону, 2012, 2014 гг.); всероссийской школе-семинаре «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (пос. Дивноморское, 2016, 2017, 2018 гг.); международной конференции «Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications» (г. Гаосюн, Тайвань, 2013 г., Кхон-Кен, Таиланд, 2014 г., Азов, 2015 г., Сурабая, Индонезия, 2016 г., Джабалпур, Индия, 2017 г., Пусан, Южная Корея, 2018 г.); международной научно-методической конференции «Инновационные технологии в науке и образовании» (пос. Дивноморское, 2014, 2015, 2017, 2018 гг.); международном молодежном симпозиуме «Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов» (г. Ростов-на-Дону, 2014, 2015, 2017 гг.); международной конференции «International Conference on Structural Engineering Dynamics» (г. Лагуш, Португалия, 2015 г.); международной конференции «Structural Integrity Conference and Exhibition» (г. Бангалор, Индия, 2016 г.); научных семинарах кафедры теории упругости ИММиКН им. И.И. Воровича ЮФУ.

Диссертационная работа была выполнена при поддержке следующих проектов:

- Разработка методики, конструкции испытательного стенда и проведение динамических и ресурсных испытаний силовых пьезоэлектрических актуаторов для активного отклоняемого закрылка адаптивной лопасти вертолета (Договор НИР между ЮНЦ РАН и НИИМ и ПМ ЮФУ 2011–2012 гг.)
- Разработка системы автономного, бесперебойного самовозобновляемого электрического питания на основе пьезогенераторов для устройств освещения и сигнализации железнодорожных переездов и других объектов железнодорожной инфраструктуры и алгоритма её функционирования (РФФИ № 12-08-01137-а, 2012–2014 гг.)

- Разработка экспериментально-теоретических методов и математическое моделирование физико-механических свойств высокотемпературных сверхпроводящих пленок, пьезоэлектрических материалов и родственных слоистых композитов, а также устройств, создаваемых на их основе (РФФИ № 13-08-00754-а, 2013–2015 гг.)
- Теоретико-экспериментальные и модельные исследования новых наноматериалов, сегнетопьезоэлектриков, сверхпроводников и полимеров (Министерство образования РФ проект № 159542011, 2013 г.)
- Разработка экспериментально-теоретических методов и устройств для исследования и диагностики характеристик пьезогенераторов, элементов строительных конструкций и температурных датчиков (ЮФУ проект № 213.01-24/2013-62, 2013 г.)
- Разработка и проведение теоретических, модельных и экспериментальных исследований перспективных сегнетопьезоэлектриков, сверхпроводников и устройств на тонких пленках (Министерство образования РФ проект № 213.01-11/2014-25, базовая часть государственного задания №1985, 2014–2015 гг.)
- Теоретические, модельные и экспериментальные исследования акустических преобразователей для подводных применений, создаваемых на основе перспективных материалов (РФФИ № 16-58-52013, 2016–2018 гг.)
- Разработка экспериментально-теоретических и модельных методов исследования термоэлектрических преобразователей и пьезоэлектрических генераторов, создаваемых на основе перспективных материалов со специальными свойствами (РФФИ № 16-08-00740, 2016–2018 гг.)
- Численно-аналитические и экспериментальные исследования эффективности пьезоэлектрических генераторов (рук. Чебаненко В. А. РФФИ № 18-38-00912 мол_а, 2018–2019 гг.)

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 37 печатных изданиях [68–103]: 1 монография [69], 4 статьи опубликованы в журналах из перечня ВАК [70–73], 3 статьи опубликованы в журналах, входящих в Web of Science [74; 75], 6 статей опубликованы в коллективных монографиях и сборниках, входящих в Scopus [76–81], 1 патент [68], 22 тезиса доклада на конференции [82–103].

В монографии [69] Чебаненко В. А. принадлежат главы 1–3, посвященные решению задач о вынужденных колебаниях ПСПЭ кантилеверного и стекового типов, моделированию флексоэлектрического эффекта, а также сравнение данных, полученных в ходе экспериментального исследования ПСПЭ, с расчётными.

В работах [73; 79; 80; 85–87; 96–100; 103] Чебаненко В. А. принадлежит решение задач о вынужденных колебаниях ПСПЭ различных конфигураций, анализ НДС и результаты параметрических исследований выходных характеристик.

В работах [70–74; 76; 79; 81–83; 88–91; 93–95; 98; 99; 102] Чебаненко В. А. принадлежат полученные данные в ходе экспериментов по гармоническому и импульсному механическому воздействию на ПСПЭ различных конфигураций и их анализ.

В работах [75; 78; 84; 92; 101] Чебаненко В. А. принадлежит обработка расчётных данных.

В работе [77] Чебаненко В. А. принадлежит обзор работ по теме ПСПЭ.

В патенте [68] Чебаненко В. А. принадлежат технические иллюстрации и экспериментальные данные.

Объём и структура работы. Диссертация состоит из введения, включающего в себя обзор литературы, трёх глав, заключения, списка сокращений, списка литературы и одного приложения. Полный объём диссертации составляет 137 страниц, включая 62 рисунка и 7 таблиц. Список литературы содержит 134 наименования.

Глава 1. Математическое моделирование пьезоэлектрических структур преобразования энергии

1.1 Постановка краевых задач теории электроупругости

Рассмотрим пьезоэлектрическое тело объёма V , ограниченное поверхностью S , подвергнутое действию внешних нагрузок и находящееся в электромагнитном поле. К внешним нагрузкам относятся массовые силы X и поверхностные нагрузки p . Эти причины, вызывающие движение тела, являются функциями положения x и времени t . Основными уравнениями в теории электроупругости являются — уравнения движения и уравнения электрического поля [104]:

$$\begin{aligned}\sigma_{ji,j} + X_i &= \rho \ddot{u}_i, \\ D_{i,i} &= 0, \quad x \in V, \quad t > 0,\end{aligned}\tag{1.1}$$

где σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, X_i — компоненты вектора массовых сил, u_i — компоненты вектора перемещения, D_i — компоненты вектора электрического смещения.

К этим уравнениям добавляются определяющие соотношения [104]:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= c_{ijkl}^E \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k, \\ D_i &= e_{ikl} \varepsilon_{kl} + \varepsilon_{ik}^s E_k,\end{aligned}\tag{1.2}$$

где c_{ijkl}^E — тензор упругих модулей, измеренных при постоянном электрическом поле, ε_{kl} — компоненты тензора линейной деформации, e_{kij} — тензор пьезоэлектрических постоянных, E_k — компоненты вектора электрического поля, ε_{ik}^s — тензор диэлектрических постоянных, измеренных при постоянном смещении. Компоненты ε_{kl} и E_k равны, соответственно:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \\ E_i &= -\varphi_{,i},\end{aligned}\tag{1.3}$$

где φ — электрический потенциал.

Подставляя (1.2) и (1.3) в (1.1) получаем систему связанных уравнений, в которых неизвестными являются перемещения u_i и электрический потенциал φ :

$$\begin{aligned} c_{ijkl}^E u_{k,lj} + e_{kij} \varphi_{,kj} + X_i &= \rho \ddot{u}_i, \\ e_{ikl} u_{k,li} - \varepsilon_{ik}^s \varphi_{,ki} &= 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Первое уравнение описывает движение, а второе — квазистатическое электрическое поле.

Добавим к ним граничные условия. Пусть поверхность S состоит из двух частей Γ_1 и Γ_2 , так что $S = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, причём $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = 0$. Пусть на Γ_1 заданы перемещения U_i , а на Γ_2 — нагрузки p_i . Тогда граничные условия будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} u_i &= U_i(\mathbf{x}, t) \text{ на } \Gamma_1, \\ p_i &= \sigma_{ji}(\mathbf{x}, t) n_j(\mathbf{x}) \text{ на } \Gamma_2, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $n_j(\mathbf{x})$ — нормаль поверхности Γ_2 .

Теперь снова разделим поверхность S на две части Γ_3 и Γ_4 , причём $S = \Gamma_3 \cup \Gamma_4$, а $\Gamma_3 \cap \Gamma_4 = 0$. Пусть на поверхности Γ_3 задан электрический потенциал, а на Γ_4 — поверхностный заряд σ . Тогда получим граничные условия следующего вида:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi(\mathbf{x}, t) \text{ на } \Gamma_3, \\ D_k n_k &= -\sigma \text{ на } \Gamma_4, \end{aligned} \quad (1.6)$$

Осталось добавить начальные условия для перемещений:

$$u_i(\mathbf{x}, 0) = f_i(\mathbf{x}), \quad \dot{u}_i(\mathbf{x}, 0) = g_i(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in V, \quad t = 0. \quad (1.7)$$

В случае, если электроды подключены к внешней цепи, то необходимо добавить условие:

$$\begin{aligned} \varphi|_{S_E} &= v, \\ \iint_{S_E} \dot{D}_i n_i ds &= I, \end{aligned} \quad (1.8)$$

где S_E — площадь электрода, v — неизвестный потенциал, который находится из второго условия, I — электрический ток.

Тем самым мы завершили постановку линейной задачи электроупругости.

1.2 Пьезоэлектрические структуры преобразования энергии кантилеверного типа

1.2.1 Постановка задачи для кантилеверной пьезоэлектрической структуры преобразования энергии

Рассмотрим функционал [104]:

$$\Pi = \iiint_V (H - X_i u_i) dV - \iint_S (p_i u_i + \sigma \varphi) dS, \quad (1.9)$$

где H — электрическая энтальпия. Принцип Гамильтона, обобщенный на теорию пьезоэлектричества, имеет вид

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (K - \Pi) dt = 0, \quad (1.10)$$

где K — кинетическая энергия, а $t_2 - t_1$ — временной промежуток.

Подставив (1.9) в (1.10), мы получаем следующее выражение для принципа Гамильтона:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V (\delta K - \delta H) dV + \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\iiint_V X_i \delta u_i dV + \iint_S (p_i \delta u_i + \sigma \delta \varphi) dS \right] = 0. \quad (1.11)$$

Вариация электрической энтальпии в линейной электроупругости [105] равна

$$\delta H = \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i. \quad (1.12)$$

Вариация кинетической энергии равна

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V K dV = -\rho \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \ddot{u}_i \delta u_i dV. \quad (1.13)$$

Рассмотрим случай, когда отсутствуют массовые силы, внешние нагрузки, а поверхностные плотности зарядов неизвестны. Тогда, с учётом определяющих

соотношений (1.2) и равенств (1.3), а также выражений для вариации (1.12) и (1.13), принцип Гамильтона (1.11) принимает вид

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V [-(c_{ijkl}u_{k,l} + e_{kij}\varphi_{,k})\delta u_{i,j} - (e_{ikl}u_{k,l} - \varepsilon_{ik}\varphi_{,k})\delta\varphi_{,i}]dV - \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\iiint_V \rho\ddot{u}_i\delta u_i dV + \iint_S \sigma\delta\varphi dS \right] = 0. \quad (1.14)$$

Перейдём к рассмотрению простейшей биморфной конструкции кантилеверной ПСПЭ, представленной на Рис. 1.1. Кантилеверная биморфная ПСПЭ представляет собой два пьезоэлемента (Рис. 1.1 пункты 1 и 3), наклеенных на подложку (Рис. 1.1 пункт 2), которая закреплена с одного конца. Толщиной электродов и клеевого слоя в силу малости их значений можно пренебречь.

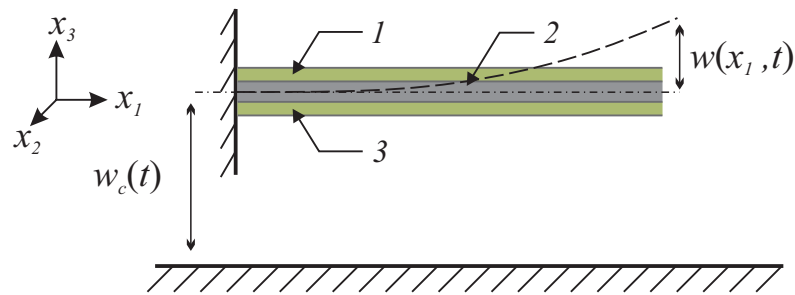


Рисунок 1.1 — Биморфная кантилеверная ПСПЭ: 1 и 3 — пьезоэлементы, 2 — подложка

Поскольку данная конструкция представляет собой не что иное, как слоистую балку, для упрощения задачи, примем гипотезы Эйлера-Бернулли.

Конечно-элементный расчёт (в пакете ACELAN [106; 107]) показал, что в окрестности первой резонансной частоты деформированное состояние трёхслойной конструкции хорошо описывается гипотезой единой нормали, за исключением краев ПЭ, причём размер этой области не превышает толщины пакета. Так, на Рис. 1.2 для конфигурации, описанной в параграфе 1.2.4 и представленной на Рис. 1.8, показаны графики распределения продольной деформации по толщине балки для расстояний от левого края ПЭ 0.5 мм (сплошная линия), 1 мм (пунктирная линия) и 2 мм (штрихпунктирная линия). Аналогичное распределение обнаруживается и на правом краю ПЭ. Учитывая, что длина ПЭ в расчёте составляет 56 мм, прикладная теория колебаний трехслойной балки с высокой степенью точности описывается на основе гипотезы единой нормали.

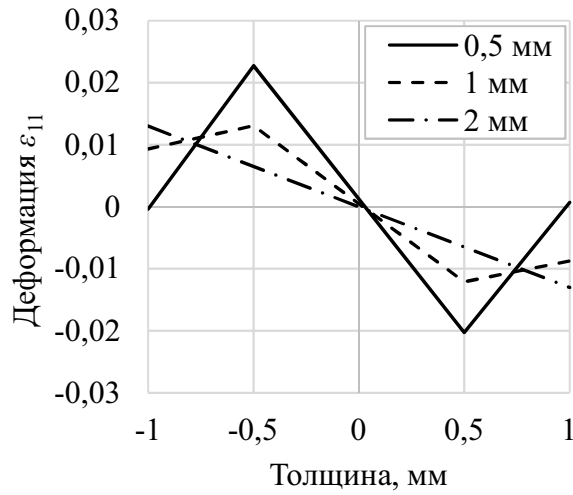


Рисунок 1.2 — Распределение продольной деформации ε_{11} по толщине пакета вблизи края ПЭ

Возбуждение колебаний в ПСПЭ, представленном на Рис. 1.1, происходит через перемещение заделки относительно некоторой плоскости, поэтому абсолютное перемещение кантилевера вдоль координаты x_3 будет состоять из перемещения заделки $w_c(t)$ и относительного перемещения кантилевера $w(x_1, t)$. С учётом вышесказанного вектор перемещений \mathbf{u} принимает следующий вид:

$$\mathbf{u} = \{-x_3 w_{,1}, 0, w(x_1, t) + w_c(t)\}^T. \quad (1.15)$$

Переход к рассмотрению одномерного случая, также упрощает определяющие соотношения (1.2)

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= c_{11}^{E*} \varepsilon_{11} - e_{31}^* E_3, \\ D_3 &= e_{31}^* \varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}^{S*} E_3, \end{aligned} \quad (1.16)$$

Материальные константы в предыдущих выражениях рассчитываются следующим образом:

$$c_{11}^{E*} = \frac{1}{s_{11}^E}, \quad e_{31}^* = \frac{d_{31}}{s_{11}^E}, \quad \varepsilon_{33}^{S*} = \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E}, \quad (1.17)$$

где s_{11}^E — упругая податливость материала, измеренная при постоянном электрическом поле, ε_{33}^T — относительная диэлектрическая проницаемость материала, измеренная при постоянной температуре.

Подставляя (1.15) и (1.16) в (1.14) получаем:

$$\begin{aligned}
 & \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V [(-c_{11}^{E*} x_3^2 w_{,11} + e_{31}^* x_3 \varphi_{,3}) \delta w_{,11}] dV + \\
 & \quad + \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V [(e_{31}^* x_3 w_{,11} + \varepsilon_{33}^{S*} \varphi_{,3}) \delta \varphi_{,3}] dV + \quad (1.18) \\
 & + \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\iiint_V \{-\rho (\ddot{w} - \ddot{w}_c) \delta w\} dV + \iint_S \sigma \delta \varphi dS \right] = 0 .
 \end{aligned}$$

У исследуемой ПСПЭ вектор поляризации направлен вдоль координатной оси x_3 (см. Рис. 1.3). Электроды нанесены на большие стороны, перпендикулярные оси x_3 , а значит, имеет смысл рассмотрение только компонент электрического потенциала вдоль оси x_3 .

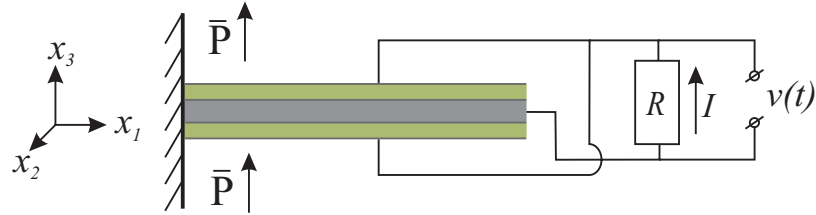


Рисунок 1.3 — Электрическая схема подключения ПСПЭ

Поскольку пьезоэлемент предполагается тонким, и внутри него отсутствуют свободные заряды, будем считать, что электрическое поле распределяется линейно по толщине пьезокерамического элемента:

$$\varphi = \frac{v(t)x_3}{h}, \quad \varphi_{,3} = \frac{v(t)}{h}, \quad (1.19)$$

где $v(t)$ — разность потенциалов между верхним и нижним электродом пьезоэлемента, h — толщина пьезоэлемента.

С учётом (1.19) выражение (1.18) принимает вид:

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \left[\left(-c_{11}^{E*} x_3^2 w_{,11} + e_{31}^* x_3 \frac{v}{h} \right) \delta w_{,11} \right] dV + \\
& + \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \left[\left(\frac{e_{31}^* x_3}{h} w_{,11} + \varepsilon_{33}^{S*} \frac{v}{h^2} \right) \delta v \right] dV + \\
& + \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\iiint_V (-\rho (\ddot{w} - \ddot{w}_c) \delta w) dV + \right. \\
& \quad \left. + \iint_S \left(\frac{\sigma x_3}{h} \delta v \right) dS \right] = 0 .
\end{aligned} \tag{1.20}$$

Для решения задачи о вынужденных колебаниях кантилеверной биморфной ПСПЭ будем использовать метод Канторовича [108]. Представим относительные перемещения балки, как разложение в ряд:

$$w(x_1, t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(t) \phi_i(x_1) , \tag{1.21}$$

где N — число учитываемых мод колебаний, $\eta_i(t)$ — неизвестные обобщённые координаты, $\phi_i(x_1)$ — известные функции, удовлетворяющие граничным условиям.

Подставив представление (1.21) в (1.20) и приравняв к нулю коэффициенты при независимых вариациях δv и $\delta \eta$, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих вынужденные колебания биморфной ПСПЭ, подключенной к резистору:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{K}\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\Theta}v(t) &= \mathbf{p} , \\
C_p v(t) + \boldsymbol{\Theta}^T \boldsymbol{\eta}(t) &= -q ,
\end{aligned} \tag{1.22}$$

где $\mathbf{D} = \mu\mathbf{M} + \gamma\mathbf{K}$ — матрица демпфирования Релеевского типа, а остальные коэффициенты равны:

$$\begin{aligned}
C_p &= \frac{bL}{h} \varepsilon_{33}^* \\
M_{ij} &= \int_0^L m \phi_i(x_1) \phi_j(x_1) dx_1 \\
K_{ij} &= \int_0^L EI \phi_i''(x_1) \phi_j''(x_1) dx_1 \\
p_i &= -\ddot{w}_c(t) \int_0^L m \phi_i(x_1) dx_1 \\
\Theta_i &= \int_0^L J_p \phi_i''(x_1) dx_1 ,
\end{aligned} \tag{1.23}$$

где C_p — электрическая ёмкость, M_{ij} — элементы матрицы масс, K_{ij} — элементы матрицы жесткости, Θ_i — элементы вектора электромеханической связи, p_i — элементы вектора эффективной механической нагрузки, m — погонная масса, EI — изгибная жесткость, J_p — функция характеризующая электромеханическую связь.

Коэффициенты μ и γ для собственных частот ω_i и ω_j определяются из уравнения [109]:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mu \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{Bmatrix} , \tag{1.24}$$

где ξ_1 и ξ_2 — заданные коэффициенты демпфирования.

Продифференцировав по времени второе уравнение в системе (1.22), с учётом того, что $\dot{q} = I$, мы удовлетворим условию (1.8). Воспользовавшись законом Ома, получим уравнение для электрической цепи в следующем виде:

$$C_p \dot{v}(t) + \Theta^T \dot{\eta}(t) + \frac{v(t)}{R} = 0 , \tag{1.25}$$

где R — электрическое сопротивление (резистор, на котором измеряется напряжение см. Рис. 1.3).

Осталось найти функции $\phi_i(x_1)$, удовлетворяющие граничным условиям.

1.2.2 Граничные условия

Отыскание функций $\phi_i(x_1)$, удовлетворяющих граничным условиям, связано с решением задачи на собственные значения для балки. Будем рассматривать различные конфигурации конструкций кантилеверной биморфной ПСПЭ, при моделировании которых будет использован подход деления балки на продольные сегменты. В зависимости от количества сегментов, использованных в модели, было выделено четыре конфигурации. Это сделано для того, чтобы учесть в расчётах основные конструктивные особенности, которые могут возникнуть при моделировании реальных конструкций кантилеверных ПСПЭ.

Конфигурация №1

Начнём с простейшего случая, изображенного на Рис. 1.4, когда длина пьезоэлементов совпадает с длиной подложки. Переменные h_s и b_s на Рис. 1.4 обозначают высоту и ширину подложки, соответственно, а h_p и b_p — одного пьезоэлемента. Далее по тексту нижние индексы s и p у переменных будут указывать на принадлежность этих переменных подложке или пьезоэлементу, соответственно. Для нахождения $\phi_i(x_1)$ решим задачу о свободных колебаниях данной балки.

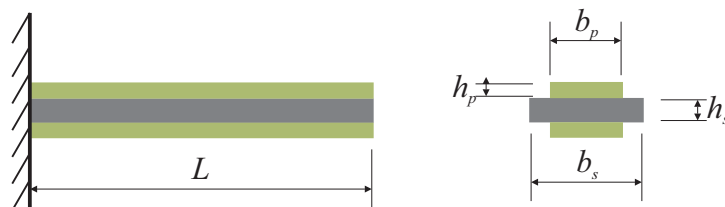


Рисунок 1.4 — Биморфная кантилеверная ПСПЭ и её сечение

Выпишем решение в общем виде

$$\phi_i(x_1) = a_{1,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{2,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{3,i} \sinh(\beta_i x_1) + a_{4,i} \cosh(\beta_i x_1) . \quad (1.26)$$

Запишем граничные условия:

$$\begin{aligned} \phi_i(0) &= 0, \quad \phi_i''(L) = 0, \\ \phi_i'(0) &= 0, \quad \phi_i'''(L) = 0. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Удовлетворив граничным условиям, мы получаем однородную систему из 4 уравнений с 4 неизвестными. Запишем её в матричной форме:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,4} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{4,1} & \dots & a_{4,4} \end{pmatrix} = 0. \quad (1.28)$$

Для того, чтобы данная система имела ненулевые решения необходимо и достаточно, чтобы её определитель равнялся нулю. Найдя определитель матрицы (1.28), получаем характеристическое уравнение, из которого находим собственные числа β_i :

$$1 + \cos \beta_i \cosh \beta_i = 0. \quad (1.29)$$

Поскольку (1.29) представляет собой трансцендентное уравнение, то его решение будем искать с помощью численных методов. Получив набор β_i , мы можем вычислить коэффициенты a_i для необходимого количества мод колебаний N .

В данном случае погонная масса m , фигурирующая в формулах (1.23), для сечения, изображенного на Рис. 1.4, вычисляется следующим образом:

$$m = \rho_s A_s + 2\rho_p A_p, \quad (1.30)$$

где ρ_s — плотность подложки, ρ_p — плотность пьезокерамики, $A_s = h_s b_s$ — площадь поперечного сечения подложки, $A_p = h_p b_p$ — площадь поперечного сечения пьезокерамического элемента.

Изгибная жёсткость EI для данной конфигурации вычисляется следующим образом:

$$EI = c_p \left[\iint_{S_{lp}} x_3^2 dS + \iint_{S_{up}} x_3^2 dS \right] + c_s \iint_{S_s} x_3^2 dS, \quad (1.31)$$

где c_p и c_s — модули упругости пьезокерамики и подложки соответственно, а S_{lp} , S_{up} и S_s — площади поперечного сечения, по которым выполняется интегрирование для нижнего, верхнего пьезоэлемента и подложки, соответственно.

Функция J_p равна:

$$J_p = \frac{e_{31}^*}{h_p} \left(\iint_{S_{lp}} x_3 dS + \iint_{S_{up}} x_3 dS \right). \quad (1.32)$$

Рассмотренный выше случай можно модифицировать добавив присоединённую точечную массу M на свободный конец балки (Рис. 1.5).

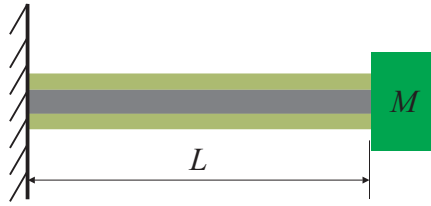


Рисунок 1.5 — Биморфная кантилеверная ПСПЭ с присоединенной массой

Граничные условия на свободном конце балки в этом случае изменятся:

$$\begin{aligned}\phi_i''(L) &= 0, \\ \phi_i'''(L) &= -\alpha\beta^4\phi_i(L), \\ \alpha &= \frac{M}{mL}.\end{aligned}\tag{1.33}$$

Характеристическое уравнение в данном случае принимает следующий вид:

$$1 + \cos(\beta_i) \cosh(\beta_i) - \frac{\sin(\beta_i) \cosh(\beta_i) \beta_i m}{ML} + \frac{\cos(\beta_i) \sinh(\beta_i) \beta_i m}{ML} = 0.\tag{1.34}$$

Добавление присоединённой массы в конструкцию требует учёта её влияния на систему уравнений (1.22), так как является дополнительной инерциальной нагрузкой, влияющей на кинетическую энергию. С учётом присоединённой массы, выражения для некоторых компонент (1.23) изменяются следующим образом:

$$\begin{aligned}M_{ij} &= \int_0^L m\phi_i(x_1)\phi_j(x_1)dx_1 + M\phi_i(L_M)\phi_j(L_M), \\ p_i &= -\ddot{w}_c(t) \int_0^L m\phi_i(x_1)dx_1 + M\phi_i(L_M),\end{aligned}\tag{1.35}$$

где L_M — координата точки закрепления присоединённой массы M . В данном случае $L_M = L$, так как масса крепится к концу балки.

Конфигурация №2

Теперь рассмотрим более сложный случай, изображенный на Рис. 1.6, требующий деления балки на два сегмента.

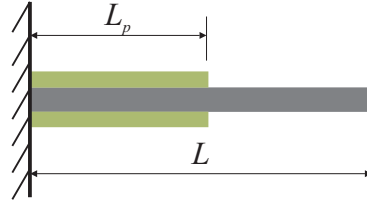


Рисунок 1.6 — Биморфная кантилеверная ПСПЭ с неполным покрытием подложки пьезоэлементом

Чтобы решить задачу о нахождении собственных чисел для подобной конструкции определим функцию $\phi_i(x_1)$, следующим образом:

$$\phi_i(x_1) = \begin{cases} \phi_i^{(1)}(x_1), & x_1 \leq L_p, \\ \phi_i^{(2)}(x_1), & x_1 > L_p, \end{cases} \quad (1.36)$$

где $\phi_i^{(1)}$ соответствует форме колебаний левого сегмента балки, покрытого пьезоэлементом, а $\phi_i^{(2)}$ — правого сегмента, L_p — длина пьезоэлемента. Запишем решение в общем виде для каждой части балки:

$$\begin{aligned} \phi_i^{(1)}(x_1) &= a_{1,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{2,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{3,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\ &\quad + a_{4,i} \cosh(\beta_i x_1), \\ \phi_i^{(2)}(x_1) &= a_{5,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{6,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{7,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\ &\quad + a_{8,i} \cosh(\beta_i x_1). \end{aligned} \quad (1.37)$$

Выпишем граничные условия для концов балки и условия сопряжения в том месте балки, где заканчивается пьезоэлемент:

$$\begin{aligned} \phi_i^{(1)}(0) &= 0, \\ \phi_i^{(1)'}(0) &= 0, \\ \phi_i^{(1)}(L_p) &= \phi_i^{(2)}(L_p), \\ \phi_i^{(1)'}(L_p) &= \phi_i^{(2)'}(L_p), \\ \phi_i^{(1)''}(L_p) &= \frac{EI^{(2)}}{EI^{(1)}} \phi_i^{(2)''}(L_p), \\ \phi_i^{(1)'''}(L_p) &= \frac{EI^{(2)}}{EI^{(1)}} \phi_i^{(2)'''}(L_p), \\ \phi_i^{(2)''}(L) &= 0, \\ \phi_i^{(2)'''}(L) &= 0, \end{aligned} \quad (1.38)$$

где $EI^{(1)}$ — изгибная жёсткость левого сегмента, а $EI^{(2)}$ — правого сегмента.

Удовлетворив граничным условиям, мы получаем однородную систему из 8 уравнений с 8 неизвестными:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,8} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{8,1} & \cdots & a_{8,8} \end{pmatrix}. \quad (1.39)$$

Как и в предыдущем случае, находим определитель данной системы и решаем характеристическое уравнение численными методами. В силу громоздкости здесь и далее характеристические уравнения приводиться не будут.

Погонная масса m , для конструкции, изображенной на Рис. 1.6, вычисляется следующим образом:

$$m(x_1) = \rho_s A_s + 2\rho_p A_p (1 - H(x_1 - L_p)), \quad (1.40)$$

где $H(x_1)$ — функция Хэвисайда.

Изгибная жёсткость $EI(x_1)$ для данной модели вычисляется аналогичным образом:

$$EI(x_1) = c_p \left[\iint_{S_{lp}} x_3^2 dS + \iint_{S_{up}} x_3^2 dS \right] (1 - H(x_1 - L_p)) + c_s \iint_{S_s} x_3^2 dS. \quad (1.41)$$

Функция $J_p(x_1)$ равна

$$J_p(x_1) = \frac{e_{31}^*}{h_p} \left(\iint_{S_{lp}} x_3 dS + \iint_{S_{up}} x_3 dS \right) (1 - H(x_1 - L_p)). \quad (1.42)$$

Решение для модели, изображенной на Рис. 1.7, находится точно также, как и для модели на Рис. 1.6.

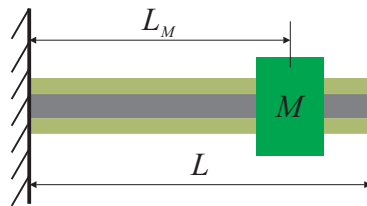


Рисунок 1.7 — Биморфная кантилеверная ПСПЭ со смещённой присоединённой массой

Основное отличие заключается в условиях сопряжения в месте крепления массы:

$$\begin{aligned}\phi_i^{(1)}(L_M) &= \phi_i^{(2)}(L_M), \\ \phi_i^{(1)'}(L_M) &= \phi_i^{(2)'}(L_M), \\ \phi_i^{(1)''}(L_M) &= \phi_i^{(2)''}(L_M), \\ \phi_i^{(1)'''}(L_M) &= \phi_i^{(2)'''}(L_M) - \alpha\beta^4\phi_i^{(1)}(L_M).\end{aligned}\tag{1.43}$$

Погонная масса m , изгибная жесткость EI , и функция $J_p(x_1)$ находятся по формулам (1.30)–(1.32), соответственно.

Конфигурация №3

Теперь перейдём к более сложному случаю, изображённому на Рис. 1.8.

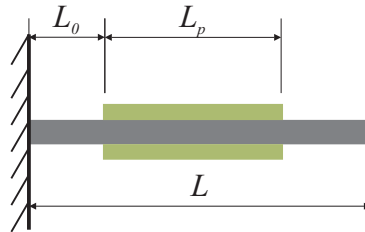


Рисунок 1.8 — Биморфная кантилеверная ПСПЭ со смещенным пьезоэлементом относительно заделки

Для нахождения решения для данной конструкции будем делить балку на три сегмента. Первый начинается у заделки и длится до начала пьезоэлемента. Второй сегмент представляет из себя часть подложки, покрытую пьезоэлементом. Третий сегмент — свободная часть балки, идущая после пьезоэлемента. Отразим данное деление балки через функцию $\phi_i(x_1)$:

$$\phi_i(x_1) = \begin{cases} \phi_i^{(1)}(x_1), & x_1 \leq L_0, \\ \phi_i^{(2)}(x_1), & L_0 < x_1 \leq L_p + L_0, \\ \phi_i^{(3)}(x_1), & x_1 > L_p + L_0. \end{cases}\tag{1.44}$$

где $\phi_i^{(1)}$, $\phi_i^{(2)}$ и $\phi_i^{(3)}$ соответствуют формам колебаниям первого, второго и третьего сегментов, соответственно, а L_0 — длина первого сегмента или отступ от

заделки. Запишем решение в общем виде для каждой части балки:

$$\begin{aligned}
\Phi_i^{(1)}(x_1) &= a_{1,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{2,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{3,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\
&\quad + a_{4,i} \cosh(\beta_i x_1), \\
\Phi_i^{(2)}(x_1) &= a_{5,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{6,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{7,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\
&\quad + a_{8,i} \cosh(\beta_i x_1), \\
\Phi_i^{(3)}(x_1) &= a_{9,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{10,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{11,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\
&\quad + a_{12,i} \cosh(\beta_i x_1).
\end{aligned} \tag{1.45}$$

Граничные условия для концов балки остаются такими же, как в (1.38), с той лишь разницей, что теперь за перемещения правого конца отвечает функция $\Phi_i^{(3)}(x_1)$. Поэтому выпишем только условия сопряжения сегментов:

$$\begin{aligned}
\Phi_i^{(1)}(L_0) &= \Phi_i^{(2)}(L_0), \\
\Phi_i^{(1)'}(L_0) &= \Phi_i^{(2)'}(L_0), \\
\Phi_i^{(1)''}(L_0) &= \frac{EI^{(2)}}{EI^{(1)}} \Phi_i^{(2)''}(L_0), \\
\Phi_i^{(1)'''}(L_0) &= \frac{EI^{(2)}}{EI^{(1)}} \Phi_i^{(2)'''}(L_0), \\
\Phi_i^{(2)}(L_0 + L_p) &= \Phi_i^{(3)}(L_0 + L_p), \\
\Phi_i^{(2)'}(L_0 + L_p) &= \Phi_i^{(3)'}(L_0 + L_p), \\
\Phi_i^{(2)''}(L_0 + L_p) &= \frac{EI^{(1)}}{EI^{(2)}} \Phi_i^{(3)''}(L_0 + L_p), \\
\Phi_i^{(2)'''}(L_0 + L_p) &= \frac{EI^{(1)}}{EI^{(2)}} \Phi_i^{(3)'''}(L_0 + L_p),
\end{aligned} \tag{1.46}$$

где $EI^{(1)}$ — изгибная жесткость сегмента без пьезоэлемента, а $EI^{(2)}$ — покрытого пьезоэлементом.

Удовлетворив граничным условиям, мы получаем однородную систему из 12 уравнений с 12 неизвестными:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,12} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{12,1} & \dots & a_{12,12} \end{pmatrix} \tag{1.47}$$

Погонная масса m , для рассматриваемого случая, вычисляется следующим образом:

$$m(x_1) = \rho_s A_s + 2\rho_p A_p (H(x_1 - L_0) - H(x_1 - L_0 - L_p)) \tag{1.48}$$

Изгибная жёсткость EI для рассматриваемой модели вычисляется аналогичным образом:

$$EI(x_1) = c_p \left[\iint_{S_{lp}} x_3^2 dS + \iint_{S_{up}} x_3^2 dS \right] (H(x_1 - L_0) - H(x_1 - L_0 - L_p)) + c_s \iint_{S_s} x_3^2 dS \quad (1.49)$$

Функция $J_p(x_1)$ равна:

$$J_p(x_1) = \frac{e_{31}^*}{h_p} \left(\iint_{S_{lp}} x_3 dS + \iint_{S_{up}} x_3 dS \right) (H(x_1 - L_0) - H(x_1 - L_0 - L_p)) \quad (1.50)$$

Способ деления на три сегмента также подходит и для случая, изображенного на Рис. 1.9, когда пьезоэлемент начинается у заделки и не полностью покрывает подложку, а присоединённая масса смещена относительно конца.

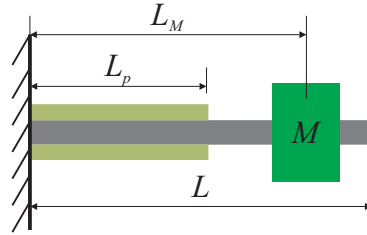


Рисунок 1.9 — Биморфная кантилеверная ПСПЭ с неполным покрытием подложки пьезоэлементом и смещённой присоединённой массой

В этом случае функция $\phi_i(x_1)$ будет выглядеть следующим образом:

$$\phi_i(x_1) = \begin{cases} \phi_i^{(1)}(x_1), & x_1 \leq L_p, \\ \phi_i^{(2)}(x_1), & L_p < x_1 \leq L_M, \\ \phi_i^{(3)}(x_1), & x_1 > L_M. \end{cases} \quad (1.51)$$

Граничные условия остаются такими же, как в (1.46), отличаются лишь условия сопряжения сегментов:

$$\begin{aligned}
 \phi_i^{(1)}(L_0) &= \phi_i^{(2)}(L_0), \\
 \phi_i^{(1)'}(L_0) &= \phi_i^{(2)'}(L_0), \\
 \phi_i^{(1)''}(L_0) &= \frac{EI^{(2)}}{EI^{(1)}} \phi_i^{(2)''}(L_0), \\
 \phi_i^{(1)'''}(L_0) &= \frac{EI^{(2)}}{EI^{(1)}} \phi_i^{(2)'''}(L_0), \\
 \phi_i^{(2)}(L_M) &= \phi_i^{(3)}(L_M), \\
 \phi_i^{(2)'}(L_M) &= \phi_i^{(3)'}(L_M), \\
 \phi_i^{(2)''}(L_M) &= \phi_i^{(3)''}(L_M), \\
 \phi_i^{(2)'''}(L_M) &= \phi_i^{(3)'''}(L_M) - \alpha\beta^4 \phi_i^{(2)}(L_M),
 \end{aligned} \tag{1.52}$$

где $EI^{(1)}$ — изгибная жесткость сегмента покрытого пьезоэлементом, а $EI^{(2)}$ — без пьезоэлемента.

Погонная масса m , изгибная жесткость EI и функция $J_p(x_1)$, будут эквивалентны (1.40), (1.41) и (1.42), соответственно, в силу схожести конструкций.

Конфигурация №4

Осталось рассмотреть наиболее общий случай (при условии, что пьезоэлементы имеют одинаковую длину относительно друг друга и располагаются всегда симметрично), представленный на Рис. 1.10.

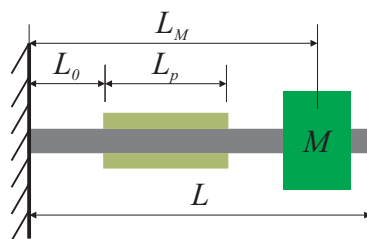


Рисунок 1.10 — Биморфная кантилеверная ПСПЭ со смещённым пьезоэлементом относительно заделки и смещённой присоединённой массой

Отыскание решения для данной конструкции связано с необходимостью деления балки на четыре сегмента. Первый начинается у заделки и длится до начала пьезоэлемента. Второй сегмент представляет из себя часть подложки, покрытую пьезоэлементом. Третий сегмент — свободная часть балки, идущая после пьезоэлемента вплоть до места крепления присоединённой массы. Четвертый сегмент начинается сразу после крепления массы и длится до конца

балки. С учётом описанного выше деления балки, функция $\phi_i(x_1)$ принимает следующий вид:

$$\phi_i(x_1) = \begin{cases} \phi_i^{(1)}(x_1), & x_1 \leq L_0, \\ \phi_i^{(2)}(x_1), & L_0 < x_1 \leq L_p + L_0, \\ \phi_i^{(3)}(x_1), & L_p + L_0 < x_1 \leq L_M, \\ \phi_i^{(4)}(x_1), & x_1 > L_M, \end{cases} \quad (1.53)$$

где $\phi_i^{(1)}$, $\phi_i^{(2)}$, $\phi_i^{(3)}$, $\phi_i^{(4)}$ соответствуют формам колебаниям первого, второго, третьего и четвёртого сегментов, соответственно. Запишем решение в общем виде для каждой части балки:

$$\begin{aligned} \phi_i^{(1)}(x_1) &= a_{1,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{2,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{3,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\ &\quad + a_{4,i} \cosh(\beta_i x_1), \\ \phi_i^{(2)}(x_1) &= a_{5,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{6,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{7,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\ &\quad + a_{8,i} \cosh(\beta_i x_1), \\ \phi_i^{(3)}(x_1) &= a_{9,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{10,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{11,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\ &\quad + a_{12,i} \cosh(\beta_i x_1), \\ \phi_i^{(4)}(x_1) &= a_{13,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{14,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{15,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\ &\quad + a_{16,i} \cosh(\beta_i x_1). \end{aligned} \quad (1.54)$$

Граничные условия сохраняются, различаясь только тем, что за правый конец балки отвечает функция $\phi_i^{(4)}(x_1)$. Условия сопряжения первого и второго сегмента, а также второго и третьего эквиваленты (1.46). А условия сопряжения третьего и четвёртого сегментов имеют вид:

$$\begin{aligned} \phi_i^{(3)}(L_M) &= \phi_i^{(4)}(L_M), \\ \phi_i^{(3)'}(L_M) &= \phi_i^{(4)'}(L_M), \\ \phi_i^{(3)''}(L_M) &= \phi_i^{(4)''}(L_M), \\ \phi_i^{(3)'''}(L_M) &= \phi_i^{(4)'''}(L_M) - \alpha \beta^4 \phi_i^{(3)}(L_M). \end{aligned} \quad (1.55)$$

Удовлетворив граничным условиям, мы получаем однородную систему из 16 уравнений с 16 неизвестными:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{16,1} & \dots & a_{16,16} \end{pmatrix}. \quad (1.56)$$

Погонная масса m и изгибная жесткость EI и функция $J_p(x_1)$, будут эквивалентны (1.48), (1.49) и (1.50), соответственно, в силу схожести конструкций.

1.2.3 Решение

Будем считать, что возбуждение гармоническое

$$\begin{aligned} w_c(t) &= \tilde{w}_c e^{i\omega t}, \\ \mathbf{p} &= \tilde{\mathbf{p}} e^{i\omega t}, \end{aligned} \quad (1.57)$$

тогда решение будем искать в виде

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}(t) &= \tilde{\boldsymbol{\eta}} e^{i\omega t}, \\ v(t) &= \tilde{v} e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (1.58)$$

Волна над переменной обозначает амплитуду. После подстановки (1.57) и (1.58), система уравнений (1.22) примет вид

$$\begin{aligned} [-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega(\mu \mathbf{M} + \gamma \mathbf{K}) + \mathbf{K}] \tilde{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\Theta} \tilde{v} &= \tilde{\mathbf{p}}, \\ \left(i\omega C_p + \frac{1}{R} \right) \tilde{v} + i\omega \boldsymbol{\Theta}^T \tilde{\boldsymbol{\eta}} &= 0. \end{aligned} \quad (1.59)$$

Из второго уравнения в системе (1.59) выражаем \tilde{v}

$$\tilde{v} = -\frac{i\omega \boldsymbol{\Theta}^T \tilde{\boldsymbol{\eta}}}{i\omega C_p + \frac{1}{R}}. \quad (1.60)$$

Затем подставляем (1.60) в первое уравнение системы (1.59) и выражаем $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \left[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega(\mu \mathbf{M} + \gamma \mathbf{K}) + \mathbf{K} + \frac{i\omega \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{\Theta}^T}{i\omega C_p + \frac{1}{R}} \right]^{-1} \tilde{\mathbf{p}}. \quad (1.61)$$

Подставляя полученное выражение для $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ обратно в (1.60) получаем выражение для \tilde{v} :

$$\tilde{v} = -\frac{i\omega \boldsymbol{\Theta}^T}{i\omega C_p + \frac{1}{R}} \left[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega(\mu \mathbf{M} + \gamma \mathbf{K}) + \mathbf{K} + \frac{i\omega \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{\Theta}^T}{i\omega C_p + \frac{1}{R}} \right]^{-1} \tilde{\mathbf{p}}. \quad (1.62)$$

Полученные выражения (1.61) и (1.62) являются решением системы уравнений (1.59).

1.2.4 Численный эксперимент

В качестве входных параметров модели воспользуемся исходными данными из эксперимента (Глава 3 раздел 3.2). Будем рассматривать биморфную кантилеверную ПСПЭ, изготовленную с использованием керамики ПКР-7М, обладающую геометрическими и физическими свойствами [110], приведёнными в Таблице 3.

Таблица 3 – Параметры кантилеверной ПСПЭ

Параметры	Подложка	Пьезоэлемент
Геометрические размеры ($L_0 \times b \times h$)	$110 \times 10 \times 1$ мм ³	$56 \times 6 \times 0.5$ мм ³
Плотность (ρ)	1650 кг/м ³	8000 кг/м ³
Модуль Юнга и коэффициент Пуассона (E, ν)	15 ГПа и 0.12	—
Упругая податливость (s_{11}^E)	—	17.5×10^{-12} Па
Относительная диэлектрическая проницаемость ($\epsilon_{33}^S / \epsilon_0$)	—	5000
Пьезоэлектрический модуль (d_{31})	—	-350 пКл/Н

Возбуждение в системе задаётся через гармоническое смещение основания $w_c = \tilde{w}_c e^{i\omega t}$, амплитуда которого $\tilde{w}_c = 0.1$ мм, а коэффициенты модального демпфирования равны $\xi_1 = \xi_2 = 0.02$.

Первым шагом исследований является построение амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) смещения свободного конца балки и потенциалов, возникающих на электродах (см. Рис. 1.11).

На Рис. 1.11 отчётливо видны первые две резонансные частоты, проявляющиеся скачком амплитуд электрического напряжения и смещения свободного конца балки.

Далее построим распределения механических напряжений σ_{11} по на поверхности ПЭ и подложки по длине и по толщине сечения в середине длины ПЭ ($L_p/2$).

Исследования показали, что наибольшие механические напряжения в подложке возникают в заделке, а в ПЭ — на ближайшей к заделке границе ПЭ (см. Рис. 1.12а). Анализ распределения механических напряжений по толщине сечения (см. Рис. 1.12б) показал, что оно имеет разрывный характер, так как сечение состоит из материалов с различными модулями упругости.

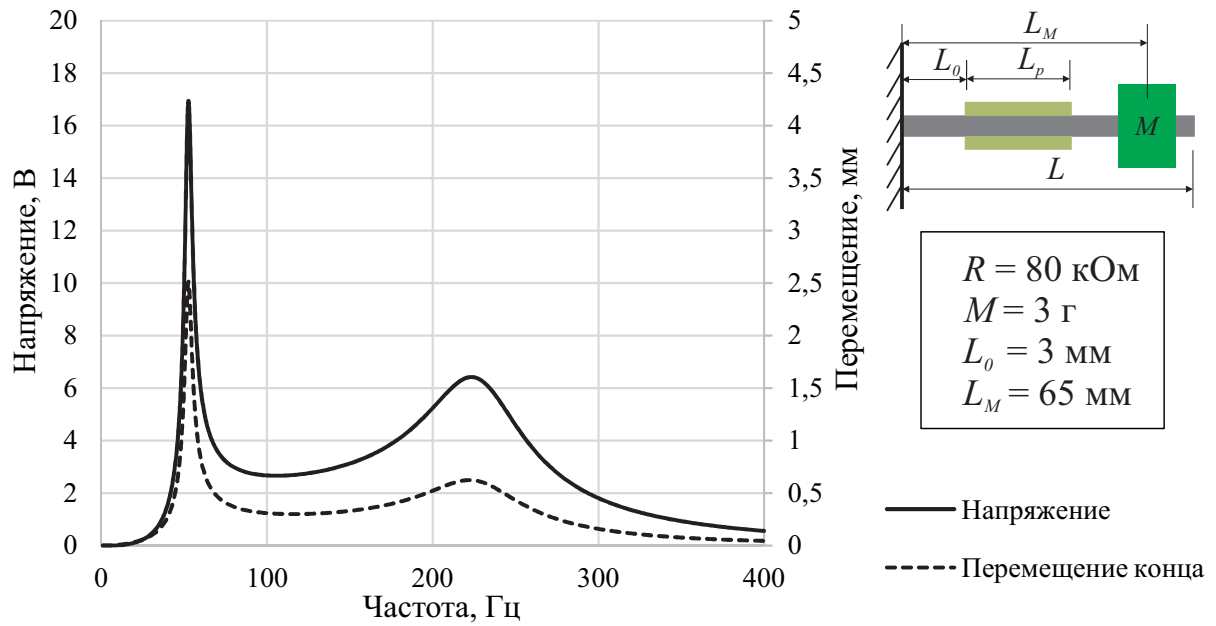


Рисунок 1.11 — Амплитудно-частотная характеристика для электрического напряжения, возникающего на электродах, и перемещения конца балки при различных электрических сопротивлениях

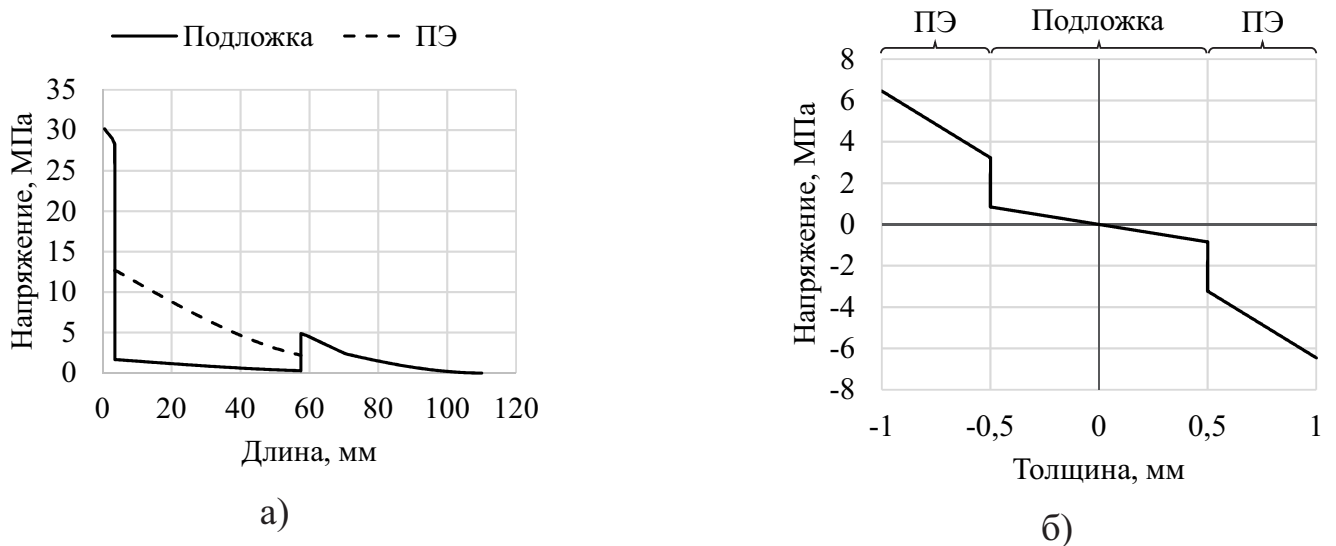
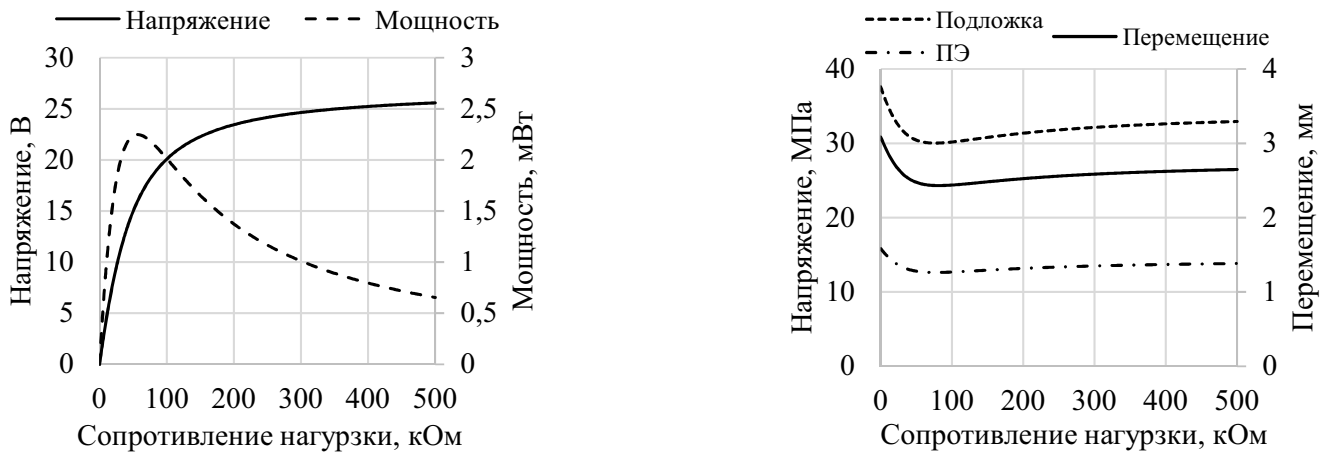


Рисунок 1.12 — Распределение механических напряжений σ_{11} : а — на поверхности кантилевера по длине, б — по толщине сечения кантилевера в середине ПЭ

В литературе [45; 111; 112] основными рабочими характеристиками ПСПЭ считаются зависимости электрического напряжения и мощности от электрического сопротивления. Здесь и далее выходная мощность рассчитывается по формуле:

$$P = \frac{v^2}{R} \tag{1.63}$$

В дополнение к зависимости выходной мощности от электрического сопротивления построим зависимость смещения конца балки от электрического сопротивления.



а) б)
Рисунок 1.13 — Зависимости механических и электрических величин от электрического сопротивления нагрузки: а — электрическое напряжение и мощность, б — перемещение свободного конца кантилевера и механические напряжения σ_{11} в заделке для подложки и на краю ПЭ

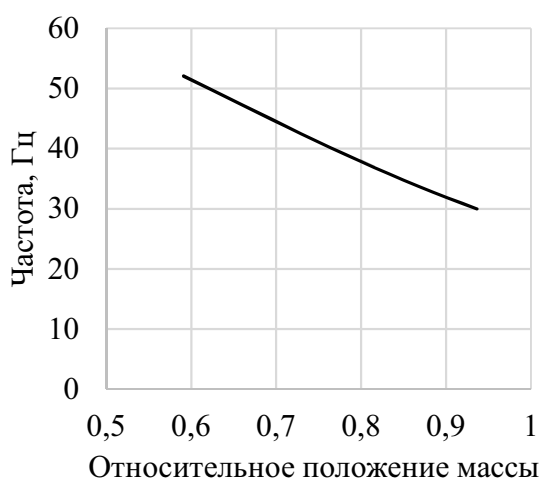
Приведём иллюстрации основных характеристик модели ПСПЭ, представленной в правой части Рис. 1.13 от электрического сопротивления. Все характеристики исследовались на первой резонансной частоте.

Рис. 1.13 представляет из себя типичную зависимость выходного электрического напряжения от электрического сопротивления. С увеличением сопротивления напряжение возрастает до некоторого предельного значения. Это предельное значение соответствует условию разомкнутой электрической цепи [113].

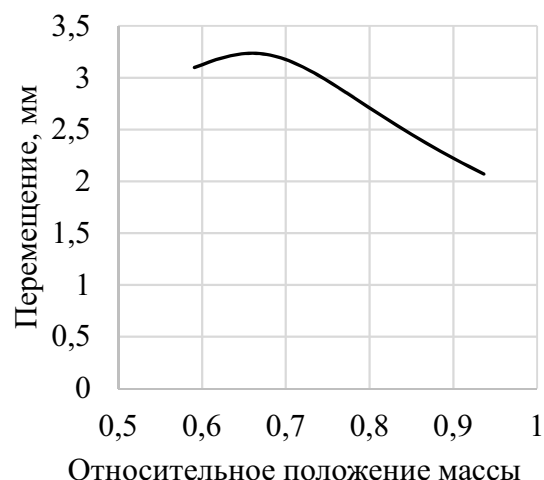
На Рис. 1.13 представлена типичная зависимость выходной мощности от электрического сопротивления. Данная зависимость для мощности характеризуется наличием максимума, положение которого зависит от электрической емкости пьезоэлементов и частоты возбуждения ПСПЭ [114]. Зависимость перемещения свободного конца балки от электрического сопротивления имеет минимум, положение которого совпадает с максимумом мощности. Это свидетельствует о том, что преобразование механической энергии в электрическую, при данном значении электрического сопротивления, максимально.

Далее будем исследовать зависимости основных рабочих характеристик кантилеверной ПСПЭ (резонансная частота, перемещение конца балки, выходное электрическое напряжения и мощность) от различных параметров: геометрических размеров пьезоэлементов, величины и положения присоединённой массы, величины электрического сопротивления.

Рассмотрим влияние положения присоединённой массы 3 г. на рабочие характеристики ПСПЭ конфигурации №4 (Рис. 1.14–1.15). В качестве основного параметра будем использовать относительное положение присоединённой массы, т.е. нормированное относительно длины подложки.



а)



б)

Рисунок 1.14 — Зависимости выходных параметров ПСПЭ от положения присоединённой массы: а — первая резонансная частота, б — перемещение конца балки

Результаты исследований, представленные на Рис. 1.14а, показали, что чем ближе расположена присоединённая масса к концу консоли, тем ниже первая резонансная частота. Кроме того, по результатам исследования перемещений, представленных на Рис. 1.14б, можно сделать вывод, что при некотором положении присоединённой массы достигается максимальное перемещение конца балки.

Данные исследований, представленные на Рис. 1.15а, свидетельствуют о том, что чем дальше будет располагаться присоединённая масса от заданной точки, тем выше будут максимальные растягивающие напряжения в подложке и ПЭ. Анализ Рис. 1.15б позволяет сделать вывод, что при некотором положении присоединённой массы существуют локальные максимумы выходного напряжения и максимальной выходной мощности (при оптимальном электрическом сопротивлении). Поскольку мощность напрямую зависит от электрического

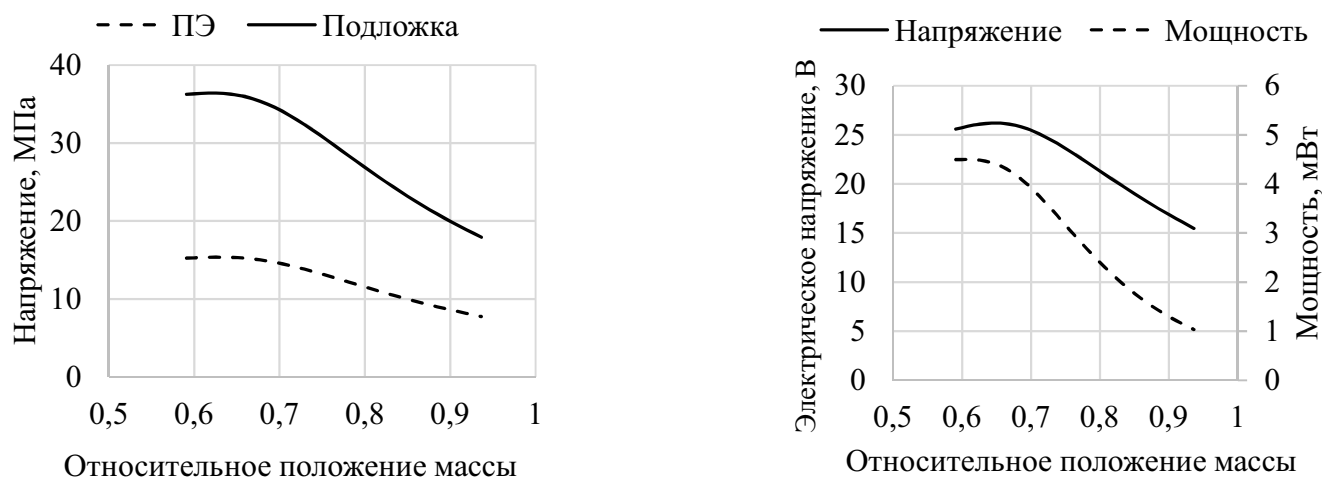


Рисунок 1.15 — Зависимости выходных параметров ПСПЭ от положения присоединённой массы: а — максимальные механические напряжения σ_{11} , б — максимальные электрические напряжения и мощность

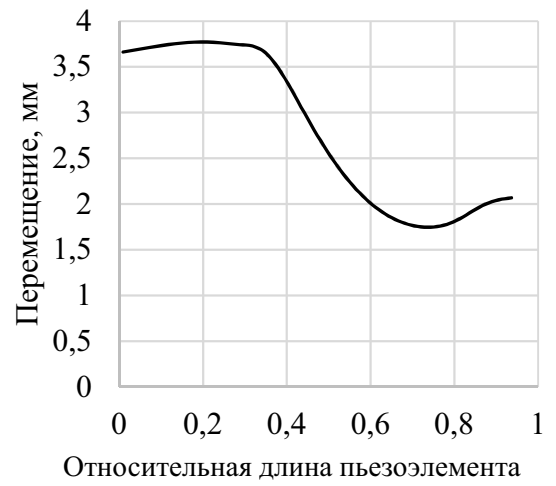
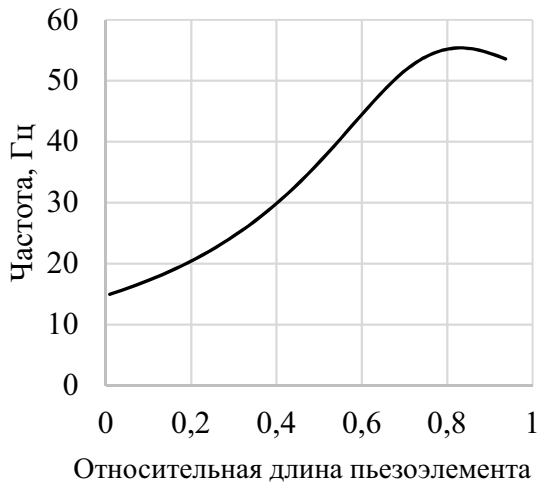
сопротивления, то имеет смысл рассматривать мощность на оптимальном резисторе, то есть при том значении сопротивления, на котором она максимальна.

Анализируя полученные данные можно заключить, что с увеличением расстояния между заделкой и местом крепления присоединённой массы основные характеристики снижаются, тем не менее у большинства характеристик присутствуют локальные максимумы. С учётом полученных данных можно сделать вывод, что присоединённую массу эффективнее располагать ближе к концу ПЭ.

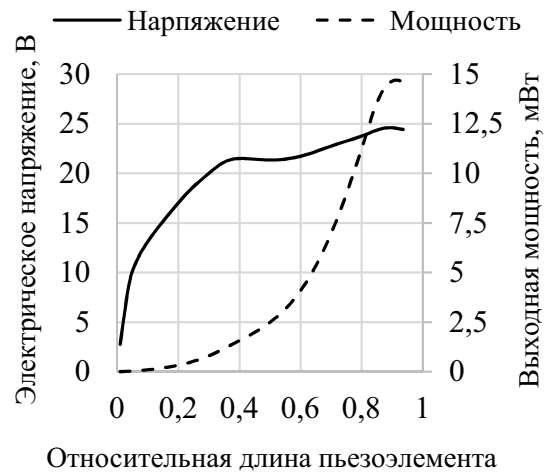
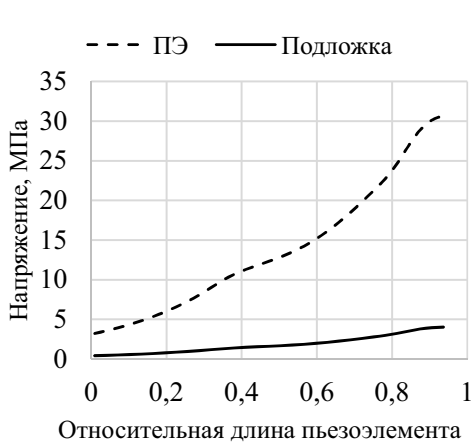
Далее рассмотрим влияние длины пьезоэлемента на рабочие характеристики ПСПЭ конфигурации №3 при наличии присоединённой массы 3 г (Рис. 1.16–1.17). В качестве основного параметра будем использовать относительную длину, т.е. нормированную относительно длины подложки.

Анализ Рис. 1.16а показывает, что изменение длины пьезоэлемента влияет на резонансную частоту балки, таким образом, что сначала наблюдается возрастание, а затем, по достижении некоторого значения, убывание. Зависимость перемещение конца балки, представленная на Рис. 1.16б, ведёт себя иначе. С увеличением длины пьезоэлемента перемещение конца балки остаётся постоянным вплоть до того, как пьезоэлемент покрывает треть балки, затем наблюдается спад до некоторого минимума, а затем небольшой рост.

Данные исследования зависимостей максимальных растягивающих напряжений σ_{11} , возникающих в ПСПЭ, представленные на Рис. 1.17а, свидетельствуют о том, что с увеличением длины ПЭ максимальные механические напряжения в заделке возрастают. Исследования, представленные на Рис. 1.17б показали,



а) б)
Рисунок 1.16 — Зависимости выходных параметров ПСПЭ от длины ПЭ: а — первая резонансная частота, б — перемещение конца балки



а) б)
Рисунок 1.17 — Зависимости выходных параметров ПСПЭ от длины ПЭ: а — максимальные механические напряжения σ_{11} , б — максимальные электрические напряжения и мощность

что с увеличением длины пьезоэлемента увеличиваются и выходное напряжение и максимальная мощность. При приближении пьезоэлемента к концу балки наблюдается локальный максимум выходного электрического напряжения. Зависимость максимальной выходной мощности демонстрирует монотонный рост вплоть до некоторого максимума ближе к концу балки.

Полученные данные о влиянии длины ПЭ на выходные характеристики ПСПЭ конфигурации №3 свидетельствуют о том, что с увеличением длины ПЭ увеличиваются и все основные характеристики, за исключением смещения свободного конца балки. На основе проведённых исследований можно сделать

вывод, что наибольшая эффективность достигается при неполном покрытие ПЭ подложки.

Далее рассмотрим случай, когда длина пьезоэлемента фиксированная. Будем исследовать влияние смещения положения пьезоэлемента относительно заделки на рабочие характеристики ПСПЭ конфигурации №4 с учётом наличия присоединённой массы 3 г (Рис. 1.18–1.19). В качестве основного параметра будем использовать относительный отступ, т.е. нормированный относительно длины подложки. Этот параметр отвечает за координату начала пьезоэлемента.

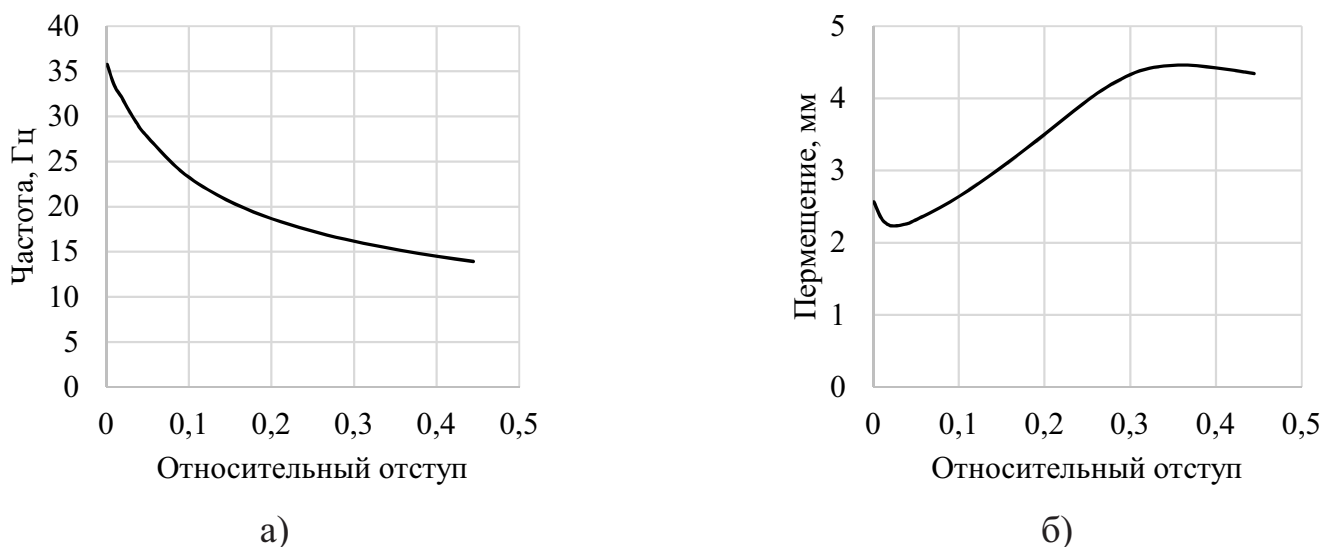


Рисунок 1.18 — Зависимости выходных параметров ПСПЭ от величины отступа ПЭ от заделки: а — первая резонансная частота, б — перемещение конца балки

Результаты исследований, представленные на Рис. 1.18а, показали, что с увеличением отступа ПЭ от заделки первая резонансная частота монотонно падает. График зависимости перемещения конца балки от расстояния между началом ПЭ и заделки, изображенный на Рис. 1.18б, сначала незначительно снижается на малом промежутке, а затем увеличивается. Это может свидетельствовать о том, что жесткость на изгиб у балки в окрестности зоны защемления балки снижается.

Исследования зависимостей максимальных растягивающих напряжений σ_{11} , представленные на Рис. 1.19а, свидетельствуют о том, что с увеличением расстояния между заделкой и началом ПЭ максимальные механические напряжения для подложки в заделке и на свободной границе в начале ПЭ убывают. Результаты численного эксперимента, представленные на Рис. 1.19б, позволяют сделать вывод, что с увеличением отступа пьезоэлемента от заделки выходное напряжение заметно падает. Причём максимальное напряжение наблюдается,

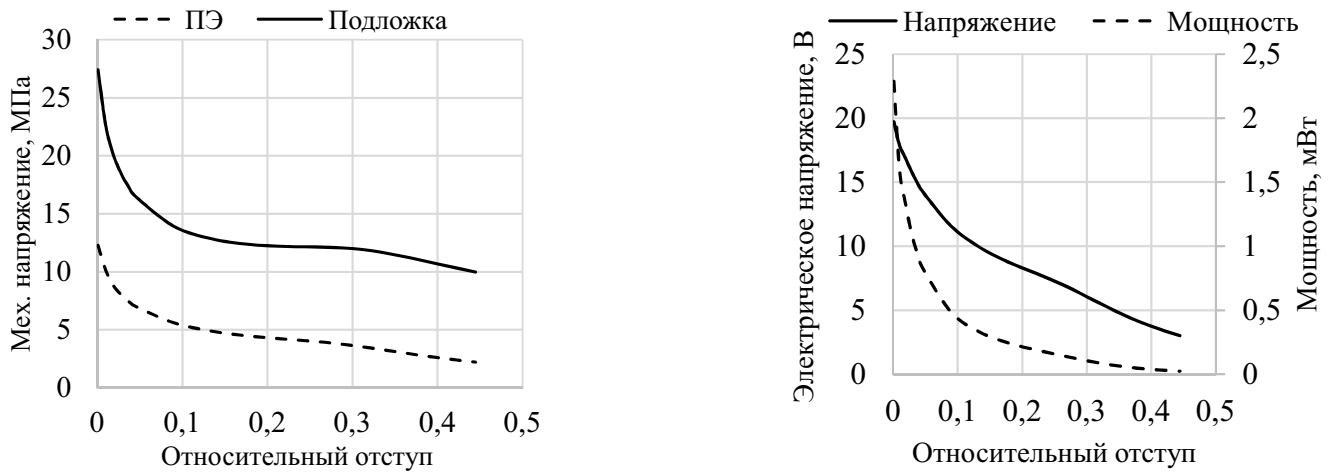


Рисунок 1.19 — Зависимости выходных параметров ПСПЭ от величины отступа ПЭ от заделки: а — максимальные механические напряжения σ_{11} , б — максимальные электрические напряжения и мощность

когда отступ минимален. Максимальная выходная мощность демонстрирует аналогичное поведение.

Полученные данные о влиянии положения пьезоэлемента относительно заделки на выходные характеристики ПСПЭ конфигурации №4 свидетельствуют о том, что с увеличением расстояния между началом ПЭ и заделкой основные выходные характеристики убывают. За исключением смещения свободного конца, которое возрастает. С учётом полученных результатов можно сделать выводы, что наиболее выгодно, с точки зрения получения максимальной мощности, располагать ПЭ вблизи заделки.

Отдельный интерес представляет исследование влияния геометрических параметров ПСПЭ на НДС с учётом критических напряжений для каждого материала. Введём предел прочности в следующем виде

$$\sigma^t = k\sigma^c, \quad (1.64)$$

здесь σ^t — предельное допустимое значение механического напряжения, k — коэффициент запаса прочности, σ^c — критическое значение механического напряжения, при котором наступает разрушение материала.

Значения предела прочности для подложки [115] и ПЭ [116] приведены в Таблице 4.

Далее проведём сравнительный анализ выходных характеристик конфигураций №2 и №3, различающихся наличием присоединённой массы, при

Таблица 4 — Прочностные характеристики

	Пьезоэлемент	Подложка
σ^c (МПа)	66.2	150
k	0.5	0.5
σ^t (МПа)	33.1	75

изменении длины пьезоэлемента с учётом предельно допустимых значений по механическим напряжениям.

Так на Рис. 1.20 представлены зависимости характеристик ПСПЭ от длины ПЭ при одинаковых геометрических параметрах. Кривые с номерами 2 и 3 на Рис. 1.20 соответствуют второй и третьей конфигурации.

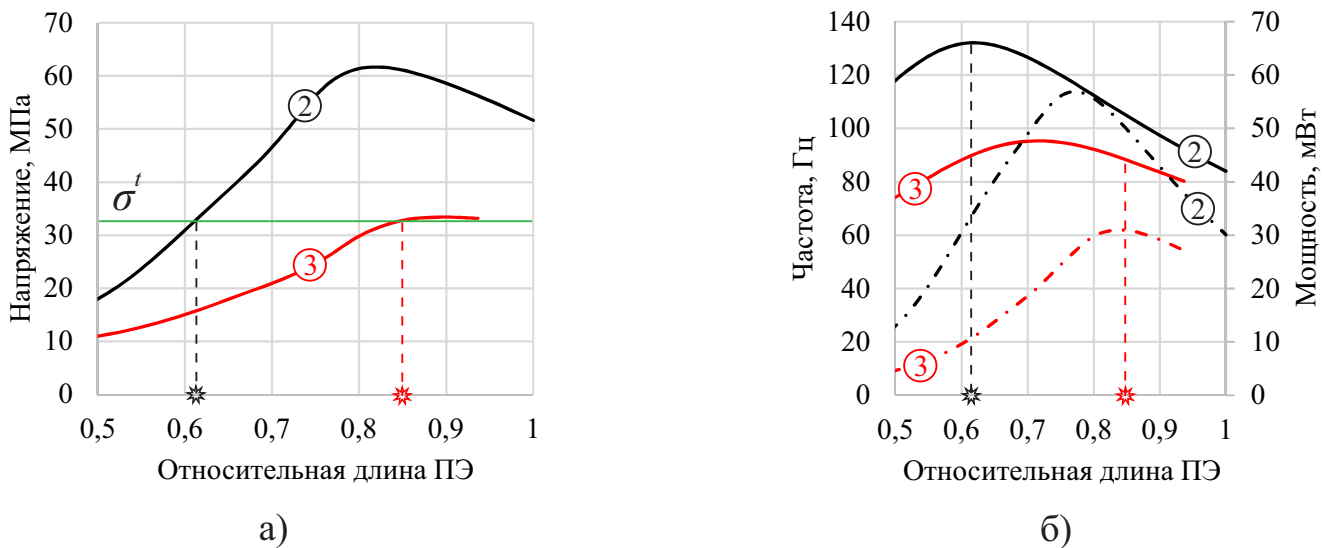


Рисунок 1.20 — Зависимости выходных параметров ПСПЭ от длины ПЭ для двух конфигураций: а — максимальные механические напряжения возникающие в заделке, б — резонансные частоты (сплошные линии) и максимальная выходная мощность (штрихпунктирные линии)

Результаты расчётов, приведённые на Рис. 1.20а показали, что механические напряжения начиная с некоторого значения длины ПЭ (вертикальные линии) превышают предел σ^t (горизонтальная линия). Результаты расчётов, учитывающие полученные интервалы допустимых длин ПЭ для обеих конфигураций приведённые на Рис. 1.20б, показывают, что существует интервал частот (82–94 Гц), где первые резонансные частоты двух конфигураций совпадают. Вторая конфигурация не может работать в данном интервале, так как происходит превышение порога по механическим напряжениям. Максимальная мощность, которую можно получить в третьей конфигурации составляет порядка 31 мВт на

частоте 88 Гц при относительной длине ПЭ 0.85. Такую же выходную мощность можно получить и во второй конфигурации на частоте 131 Гц при длине 0.63.

1.2.5 Сравнение с конечно-элементным расчётом

В литературе существуют математические модели ПСПЭ с сосредоточенными параметрами [60–65]. Они удобны для описания ПСПЭ стекового типа. В случае же ПСПЭ кантилеверного типа они дают неточные результаты. Авторы работы [61] приводят корректирующие коэффициенты для подобных моделей, но данный подход пригоден для случая, когда пьезоэлемент полностью покрывает поверхность подложки. В случае же неполного покрытия требуется проведения предварительных экспериментов для идентификации пяти параметров модели [117]. Это является препятствием для проектирования. Поэтому сравним полученную математическую модель с конечно-элементной моделью. Сравнение теоретических расчётов, на основе полученной модели, и экспериментальных данных приведено в Главе 3 раздел 3.2.3.

Сравнение результатов расчёта напряжено-деформированного и электрического состояния ПСПЭ по прикладной теории и КЭ модели (в пакете ACELAN [106; 107]) в рамках плоско-напряженного состояния проводилось при условии разомкнутой электрической цепи на частоте 80 Гц в окрестности первого резонанса. Демпфирование отсутствовало.

Расчёты показали качественное совпадение механических напряжений σ_{11} в продольном направлении, представленных на Рис. 1.21. При относительной разнице в прогибе составляющей 9%, средняя разница в механических напряжениях составила 14 %.

Сравнение результатов КЭ расчёта и прикладной, представленное на Рис. 1.22, показало, что в количественном отношении относительная разница в максимальных напряжениях σ_{11} на свободных границах ПЭ в их средней части по длине составила 10%.

Существует работа [118], посвященная конечно-элементному моделированию лабораторной модели кантилеверной ПСПЭ, приведённой в Главе 3. Расчёт был произведён для модели кантилевера, описанной в начале раздела 1.2.4.

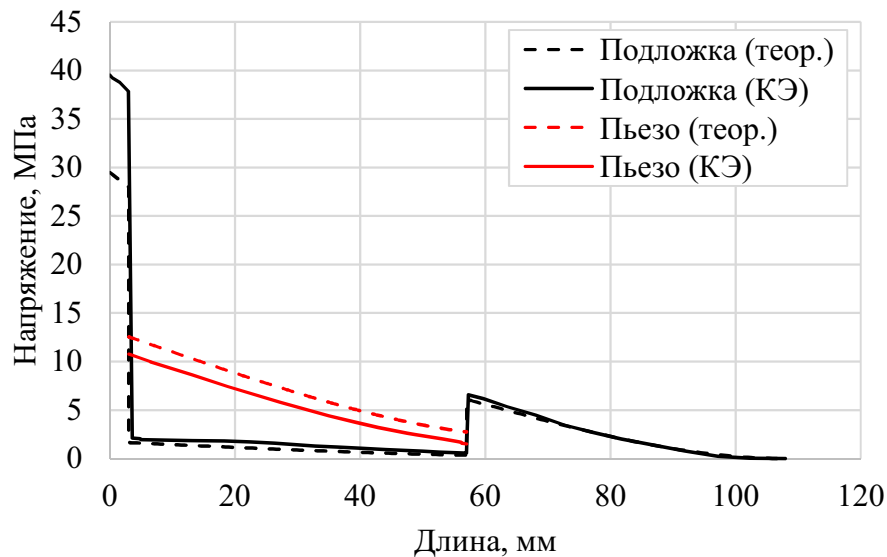


Рисунок 1.21 — Распределение механического напряжения σ_{11} на поверхности подложки и ПЭ

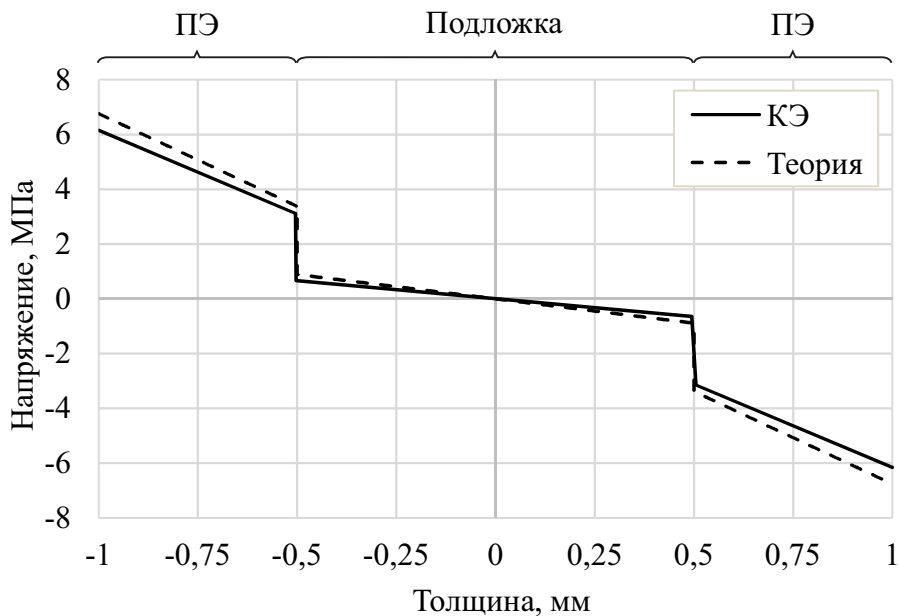


Рисунок 1.22 — Распределение механического напряжения σ_{11} по толщине в середине длины ПЭ

Отличалась величина присоединённой массы, которая равнялась 5 г. Моделирование происходило в конечно-элементном пакете ANSYS. Разработанная модель представлена на Рис. 1.23.

Измерения производились в условиях разомкнутой цепи при возбуждении основания кантилевера перемещением 0.1 мм. Были получены зависимости для первых резонансных частот и выходного электрического потенциала в зависимости от толщины подложки. Проведём аналогичные расчёты и сравним полученные данные.

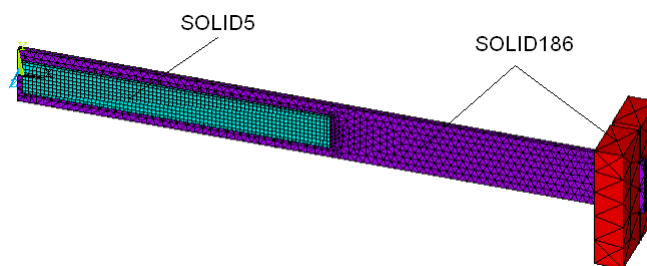


Рисунок 1.23 — Конечно элементная модель в ANSYS

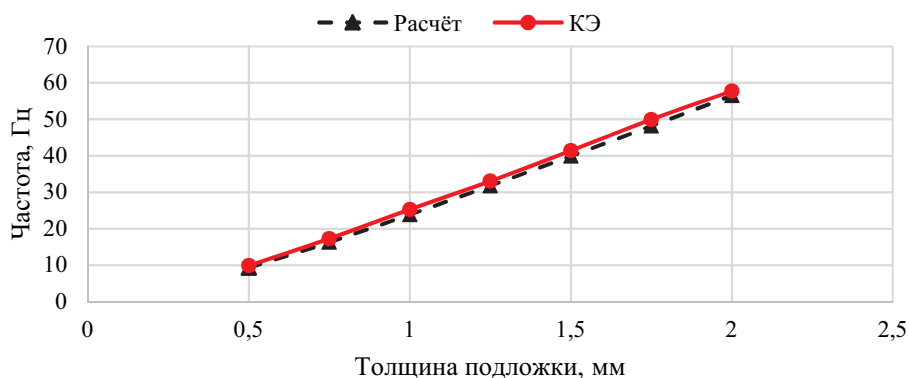


Рисунок 1.24 — Зависимость первой резонансной частоты от толщины подложки: пунктирная линия — модель, сплошная — конечно-элементное моделирование

Как видно из Рис. 1.24, с увеличением толщины подложки возрастает и значение первой резонансной частоты. Разница между конечно-элементным расчётом и моделью не превышает 5%, что свидетельствует о достаточной точности построенной модели.

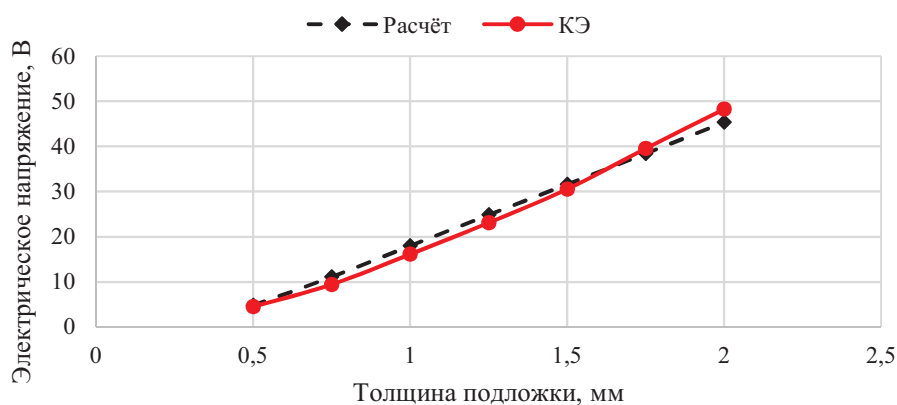


Рисунок 1.25 — Зависимость выходного электрического потенциала от толщины подложки: пунктирная линия — модель, сплошная — конечно-элементное моделирование.

Из Рис. 1.25, следует, что с увеличением толщины подложки увеличивается значение выходного электрического потенциала. Разница между

конечно-элементным расчётом и моделью не превышает 7%, что свидетельствует о достаточной точности построенной модели.

1.3 Пьезоэлектрические структуры преобразования энергии стекового типа

1.3.1 Постановка задачи для стековой пьезоэлектрической структуры преобразования энергии

Вывод уравнений, описывающих поведение ПСПЭ стекового типа, изображенного на Рис. 1.26, также основан на принципе Гамильтона, приведённом ранее в разделе 1.2.1. Данная ПСПЭ подвергается внешней механической нагрузке $p(t)$ вдоль координатной оси x_3 .

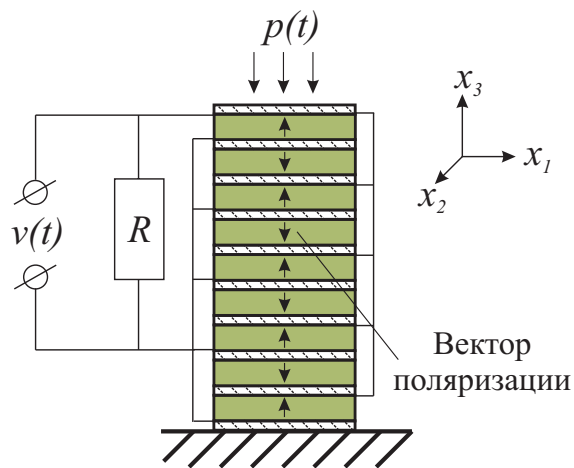


Рисунок 1.26 – Стековая ПСПЭ

Поэтому, повторяя выкладки (1.9)–(1.14), приходим к следующему уравнению:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V [- (c_{ijkl} u_{k,l} + e_{kij} \varphi_{,k}) \delta u_{i,j} - (e_{ikl} u_{k,l} - \varepsilon_{ik} \varphi_{,k}) \delta \varphi_{,i}] dV -$$

$$- \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\iiint_V \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV + \iint_S (p_i \delta u_i + \sigma \delta \varphi) dS \right] = 0, \quad (1.65)$$

где, в отличие от (1.14) сохраняются внешние нагрузки p_i .

Перейдём к рассмотрению конструкции ПСПЭ стекового типа, показанной на Рис. 1.26. Простейшая стековая ПСПЭ представляет собой несколько пьезо-керамических пластин соединённых друг с другом (либо склеенных на этапе производства, либо стянутых механическим способом). Толщиной электродов, в силу малости её значений, можно пренебречь.

После введения предположения о малых деформациях, задача сводится к вынужденным продольным колебаниям стержня вдоль координаты x_3 . С учётом вышесказанного вектор перемещений \mathbf{u} принимает следующий вид:

$$\mathbf{u} = \{0, 0, w(x_3, t)\}^T . \quad (1.66)$$

Переход к рассмотрению одномерного случая, также упрощает определяющие соотношения (1.2).

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= c_{33}^{E*} \varepsilon_{33} - e_{33}^* E_3 , \\ D_3 &= e_{33}^* \varepsilon_{33} + \varepsilon_{33}^{S*} E_3 , \end{aligned} \quad (1.67)$$

где материальные константы выражаются следующим образом:

$$c_{33}^{E*} = \frac{1}{s_{33}^E} , \quad e_{33}^* = \frac{d_{33}}{s_{33}^E} , \quad \varepsilon_{33}^{S*} = \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{33}^2}{s_{33}^E} . \quad (1.68)$$

Подставляя (1.66) в (1.65), с учётом (1.67) получаем:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V [(-c_{33}^{E*} w_{,3} + e_{33}^* \varphi_{,3}) \delta w_{,3}] dV + \\ & \quad + \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V [(e_{33}^* w_{,3} + \varepsilon_{33}^{S*} \varphi_{,3}) \delta \varphi_{,3}] dV + \\ & \quad + \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\iiint_V \{-\rho \ddot{w} \delta w\} dV + \iint_S (p_3 \delta w + \sigma \delta \varphi) dS \right] = 0 . \end{aligned} \quad (1.69)$$

У исследуемых ПСПЭ вектор поляризации направлен вдоль координатной оси x_3 . Электроды нанесены на большие стороны пьезокерамических пластин, которые перпендикулярны оси x_3 , и соединены между собой параллельно (см. Рис. 1.26). Соответственно, имеет смысл рассмотрение только компонентов градиента электрического потенциала вдоль оси x_3 .

Поскольку пьезоэлементы предполагаются тонкими, и внутри них отсутствуют свободные заряды, будем считать, что электрическое поле распределяется линейно по толщине каждого пьезокерамического элемента:

$$\varphi = \frac{v(t)x_3}{h}, \quad \varphi_{,3} = \frac{v(t)}{h}, \quad (1.70)$$

где $v(t)$ — разность потенциалов между верхним и нижним электродом пьезоэлемента, h — толщина пьезоэлемента.

После подстановки (1.70) выражение (1.69) принимает вид:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \left[\left(-c_{33}^{E*} w_{,3} + e_{33}^* \frac{v}{h} \right) \delta w_{,3} \right] dV + \\ & \quad + \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \left[\left(\frac{e_{33}^*}{h} w_{,3} + \varepsilon_{33}^{S*} \frac{v}{h^2} \right) \delta v \right] dV + \\ & \quad + \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\iiint_V (-\rho \ddot{w} \delta w) dV + \iint_S \left(p_3 \delta w + \frac{\sigma x_3}{h} \delta v \right) dS \right] = 0. \end{aligned} \quad (1.71)$$

Для решения задачи о вынужденных продольных колебаниях стековой ПСПЭ будем использовать метод Канторовича, использованный ранее для случая кантилеверной ПСПЭ. Представим перемещение стержня, в виде разложения в ряд:

$$w(x_3, t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(t) \phi_i(x_3), \quad (1.72)$$

где N — число учитываемых мод колебаний, $\eta_i(t)$ — неизвестные обобщённые координаты, $\phi_i(x_3)$ — известные функции, удовлетворяющие граничным условиям.

Далее, повторив выкладки аналогично выводу уравнений (1.18)–(1.21), получим систему дифференциальных уравнений, описывающих вынужденные колебания стековой ПСПЭ, подключенного к резистору:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{K}\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\Theta}v(t) &= \mathbf{p}, \\ C_p \dot{v}(t) + \boldsymbol{\Theta}^T \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \frac{v(t)}{R} &= 0, \end{aligned} \quad (1.73)$$

где

$$\begin{aligned}
 C_p &= N_p \frac{bl}{h} \varepsilon_{33}^* S^*, \\
 M_{ij} &= \int_0^H m \phi_i(x_3) \phi_j(x_3) dx_3, \\
 K_{ij} &= \int_0^H Y \phi_i'(x_3) \phi_j'(x_3) dx_3, \\
 p_i &= -p_0 \phi_i(x_3), \\
 \Theta_i &= \int_0^H J_p \phi_i'(x_3) dx_3, \\
 Y &= \iint_S c_{33}^{E*} dS, \\
 J_p &= \iint_S \frac{e_{33}^*}{h} dS,
 \end{aligned} \tag{1.74}$$

где N_p — количество пьезоэлектрических слоёв, b , l и h — ширина, длина и высота одного пьезоэлемента, H — высота всего стека, Y — жесткость поперечного сечения стека.

Теперь осталось решить задачу нахождения функций $\phi_i(x_3)$, удовлетворяющих граничным условиям.

1.3.2 Граничные условия

Отыскание функций $\phi_i(x_3)$, удовлетворяющих граничным условиям, связано с решением задачи на собственные значения для стержня.

Решим задачу о свободных колебаниях стержня, изображенного на Рис. 1.26. Выпишем решение в общем виде:

$$\phi_i(x_3) = a_{1,i} \sin(\beta_i x_3) + a_{2,i} \cos(\beta_i x_3). \tag{1.75}$$

Удовлетворив граничным условиям:

$$\phi_i(0) = 0, \quad \phi_i'(H) = 0, \tag{1.76}$$

мы можем отыскать собственные числа β_i и коэффициенты a_i .

После этого мы получаем однородную систему из 4 уравнений с 4 неизвестными. Запишем её в матричной форме:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,4} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{4,1} & \cdots & a_{4,4} \end{pmatrix} = 0 \quad (1.77)$$

Данная система имеет ненулевые решения, когда её определитель равен нулю. Определитель системы представляет собой характеристическое уравнение, решив которое можно найти собственные числа β_i :

$$\cos \beta_i = 0. \quad (1.78)$$

Решение уравнения (1.78) известно. Зная β_i , мы можем найти коэффициенты a_i для искомого количества мод колебаний N .

1.3.3 Решение

Для случая гармонического нагружения получение решения системы (1.73) аналогично решению при гармоническом нагружении кантилеверной ПСПЭ (1.57)–(1.62). Здесь же будет рассмотрено нагружение произвольной формы, в частности импульсное.

Для рассмотрения нагружения $p(t)$, обладающего произвольной формой, представим его амплитудные значения набором дискретных значений, а затем интерполируем с помощью рядов Фурье:

$$p(t) \cong m_0 + \sum_{k=1}^N \left[m_k \cos \left(k \frac{2\pi t}{T} \right) + n_k \sin \left(k \frac{2\pi t}{T} \right) \right], \quad (1.79)$$

где m_0 — среднее значение, T — длительность нагружения, n_k, m_k — коэффициенты Фурье.

$$\begin{aligned}
m_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt, \\
m_k &= \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \cos\left(k \frac{2\pi t}{T}\right) dt, \\
n_k &= \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \sin\left(k \frac{2\pi t}{T}\right) dt.
\end{aligned} \tag{1.80}$$

Затем, полученное приближение (1.79) подставим в уравнения (1.74) и решим систему (1.73) численно, например, методом Рунге-Кутты.

1.3.4 Численный эксперимент

В качестве входных параметров модели воспользуемся исходными данными из эксперимента (Глава 3 раздел 3.1.2). Будем рассматривать стековой ПСПЭ, изготовленный с использованием дисковых элементов из керамики ЦТС-19. Рассматриваемая модель ПСПЭ, приведенная на Рис. 1.27, представляет собой несколько пьезоэлементов кольцевого типа, соединённых между собой стяжным болтом. Сверху и снизу располагаются металлические диски, которые равномерно распределяют по сечению приложенную нагрузку, а также защищают от прямого механического воздействия на пьезоэлементы. За металлическими дисками следует изолирующая прокладка, которая предотвращает электрическое замыкание. Между пьезоэлементами расположены электроды, которые электрически соединены параллельно. Для того, чтобы учесть влияние металлической сердцевины (стяжного болта) в сечении ПСПЭ, добавим к жесткости сечения Y ещё один член:

$$Y = \iint_{S_p} c_{33}^{E*} dS + \iint_{S_c} c_c dS, \tag{1.81}$$

где S_p и S_c — площади сечения пьезоэлемента и болта, c_{33}^{E*} and c_c — модули упругости пьезокерамики и стали, соответственно.

Данная ПСПЭ будет подвергаться импульсному нагружению, форма которого приведена на Рис. 1.28. Основные геометрические и физические свойства

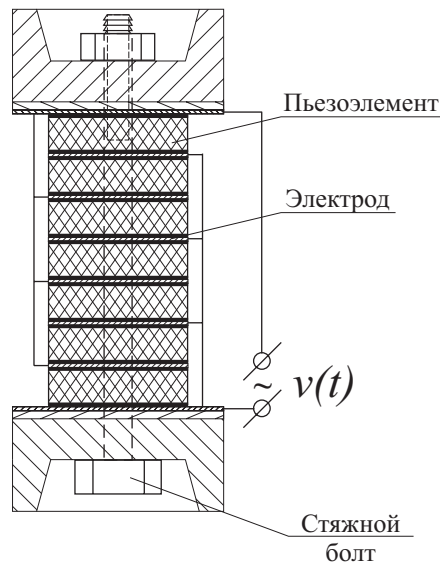


Рисунок 1.27 — Схематическая модель стековой ПСПЭ

[110] исследуемой модели ПСПЭ приведены в Таблице 5. Коэффициенты модального демпфирования равны $\xi_1 = \xi_2 = 0.02$.

Таблица 5 — Параметры стековой ПСПЭ

Параметры	Сердечник	Пьезоэлемент
Геометрические размеры ($D \times d \times h$)	6 мм	$18 \times 8 \times 1$ мм ³
Общая высота H	11 мм	11 мм
Плотность (ρ)	7800 кг/м ³	7500 кг/м ³
Модуль Юнга и коэффициент Пуассона (E, ν)	210 ГПа и 0.3	—
Упругая податливость (s_{33}^E)	—	17×10^{-12} Па
Относительная диэлектрическая проницаемость ($\epsilon_{33}^S / \epsilon_0$)	—	1500
Пьезоэлектрический модуль (d_{33})	—	-360 пКл/Н

Параметры D и d , приведённые в Таблице 5, — внешний и внутренний диаметры пьезокерамического кольца, у стального сердечника — только внешний диаметр D .

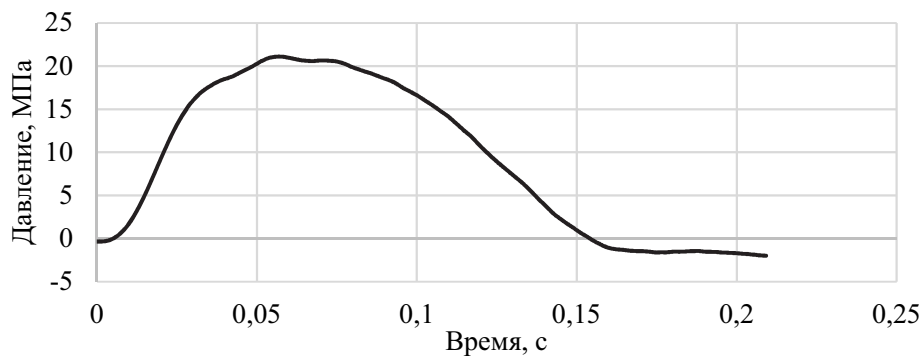


Рисунок 1.28 — Форма нагружающего импульса

Были проведены исследования зависимости основных рабочих характеристик стековой ПСПЭ (выходное напряжение и мощность) от различных параметров (геометрических размеров пьезоэлементов и количества пьезоэлементов). Результаты приведены на Рис. 1.29–1.32

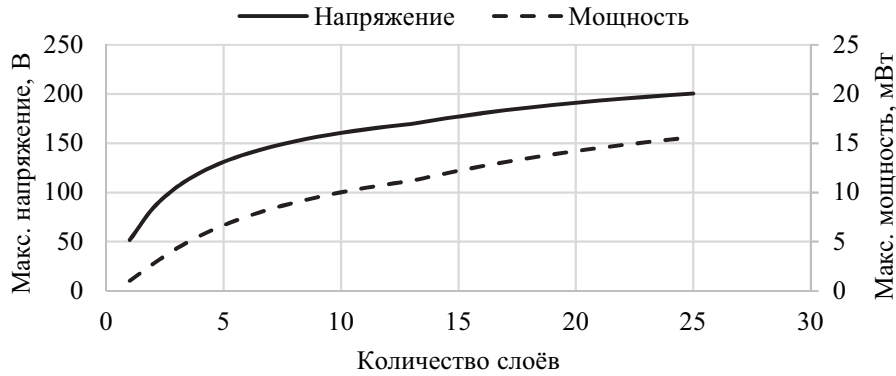


Рисунок 1.29 — Зависимость выходного напряжения и выходной мощности стековой ПСПЭ от количества слоёв

На Рис. 1.29 приведена зависимость максимальных выходных напряжений и мощности от количества слоёв ПСПЭ. Геометрия слоёв считается неизменной. Из приведённой зависимости следует, что при увеличении количества слоёв увеличиваются выходные напряжение и мощность. Поведение полученных зависимостей схоже с поведением функции квадратного корня.

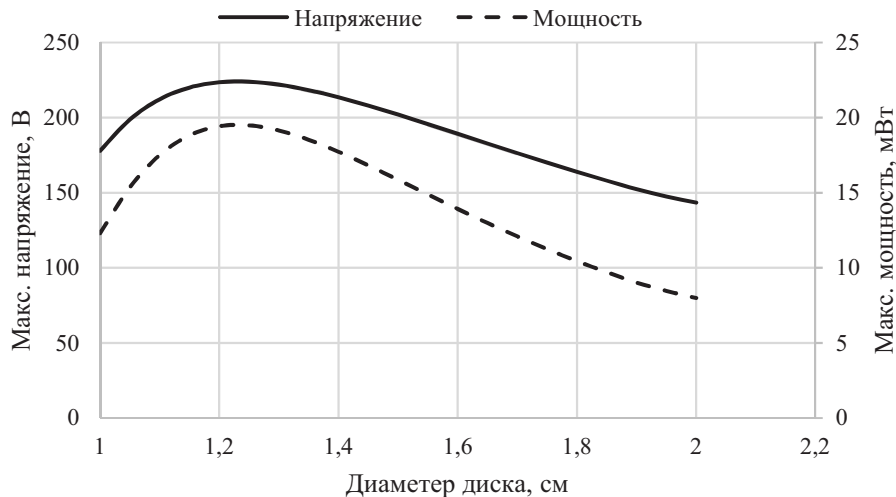


Рисунок 1.30 — Зависимость выходного напряжения и выходной мощности стековой ПСПЭ от диаметра пьезоэлемента

Зависимость, изображенная на Рис. 1.30, демонстрирует влияние внешнего диаметра диска на максимальные выходные напряжения и мощности. Из рисунка следует, что при увеличении внешнего диаметра диска выходные напряжение и мощность растут до определённого значения, после которого происходит спад.

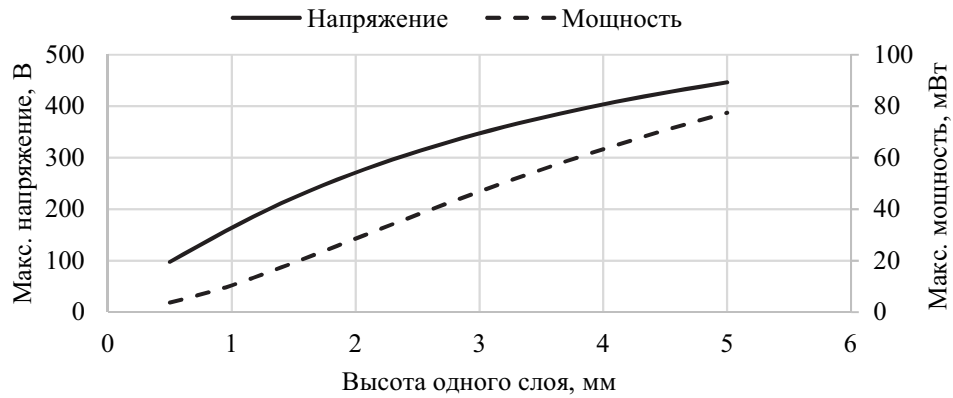


Рисунок 1.31 — Зависимость выходного напряжения и выходной мощности стековой ПСПЭ от высоты каждого слоя

Из Рис. 1.31, на котором изображена зависимость максимальных выходных напряжений и мощности от высоты каждого слоя, следует, что с увеличением высоты слоёв увеличиваются и выходные напряжения и мощность. Данная зависимость близка к линейной.

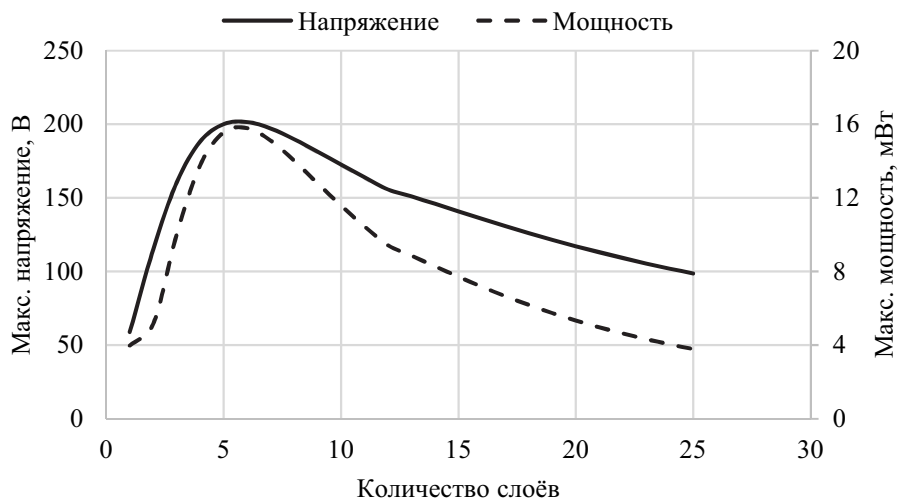


Рисунок 1.32 — Зависимость выходного напряжения и выходной мощности стековой ПСПЭ от количества слоёв при условии, что высота всего пакета остаётся неизменной

Кроме того, было исследовано влияние количества слоёв на выходные характеристики ПСПЭ, при фиксированной общей высоте всего пьезопакета. Результаты приведены на Рис. 1.32. Выяснилось, что существует некоторое количество слоёв, при котором выходные характеристики будут максимальны

1.3.5 Сравнение с конечно-элементным расчётом

Проведём сравнение полученной модели для стековой ПСПЭ с конечно-элементным расчётом. В работе [73] было произведено конечно-элементное моделирование эксперимента по импульсному нагружению стековой ПСПЭ, описанной в главе 3 параграфе 3.1.2. В пакете ANSYS была построена модель ПСПЭ, описанного в разделе 1.3.4. Модель представлена на Рис. 1.33.

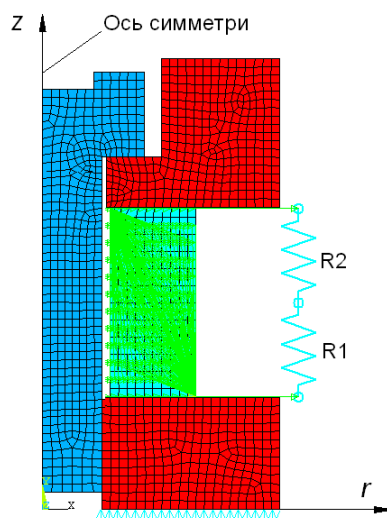


Рисунок 1.33 — Осесимметричная конечно-элементная модель ПСПЭ

В ходе эксперимента был записан импульс, воздействующий на ПСПЭ, который был приведён ранее на Рис. 1.28 Этот импульс был использован в ANSYS в качестве возбуждающего усилия. Расчёт выходного электрического потенциала производился при трёх значениях электрического сопротивления: 374 кОм, 2.6 МОм, 22.8 МОм. Сравнение результатов полученных с помощью конечно-элементного моделирования и полученной модели приведено на Рис. 1.34.

Из Рис. 1.34 следует, что полученная модель с достаточной степенью точности совпадает с конечно-элементным расчётом. Среднеарифметическая погрешность не превысила 5%.

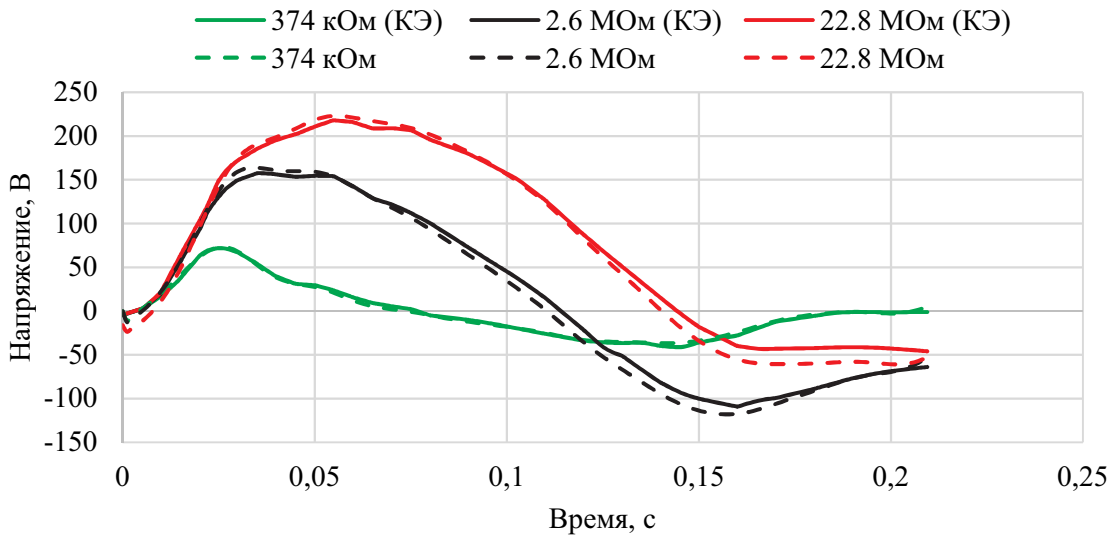


Рисунок 1.34 — Временная зависимость электрического потенциала при различных электрических сопротивлениях: пунктирная линия — модель, сплошная — конечно-элементное моделирование

1.3.6 Сравнение с известной моделью с сосредоточенными параметрами

Как упоминалось ранее, модели с сосредоточенными параметрами удобны для моделирования ПСПЭ стекового типа. Поэтому, проведём сравнение полученной модели и модели с сосредоточенными параметрами. Стоит отметить, что в силу того, что исследуемая ПСПЭ имеет многослойную структуру, а модель с сосредоточенными параметрами хорошо описывает однослойные конструкции, то потребуются идентификация двух параметров модели.

В [54] была предложена аналитическая модель для многослойной ПСПЭ в случае осевого сжимающего нагружения $p(t)$. Предполагается, что преобразователь возбуждается на частотах, гораздо меньших собственной резонансной частоты, что в свою очередь позволяет описать динамику системы односторонней электромеханической связью и уравнением первого порядка. Если к ПСПЭ, состоящей из N слоёв, поляризованных по толщине, параллельно подключено электрическое сопротивление R , то уравнение описывающее систему выглядит следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \frac{d}{dt} \left(\int_{A_i} \mathbf{D} \mathbf{n} dA_i \right) = \frac{v(t)}{R}, \quad (1.82)$$

где $v(t)$ — напряжение на резисторе, \mathbf{D} — вектор электрического смещения, \mathbf{n} — вектор нормали к поверхности электрода, A_i — площадь поверхности электрода i -го слоя. Представим вектор электрического смещения в виде

$$D_i = d_{ijk}T_{ij} + \varepsilon_{ij}^T E_j, \quad (1.83)$$

где D_i — вектор электрического смещения, d_{ijk} — тензор пьезоэлектрических модулей, T_{ij} — тензор напряжений, ε_{ij}^T — тензор диэлектрических проницаемостей, измеренных при постоянной температуре, E_j — вектор напряженности электрического поля. Будем считать, что электрическое поле линейно распределено по толщине пьезоэлемента, тогда

$$E_3 = -\frac{v(t)}{h}, \quad (1.84)$$

где h — толщина пьезоэлемента.

Подставив (1.83) в (1.82), получим уравнение описывающее динамику системы на Рис. 1.26:

$$C_p^{eq}\dot{v}(t) + \frac{1}{R}v(t) = d_{33}^{eff} A\dot{p}(t), \quad (1.85)$$

где A_i — площадь поперечного сечения ПСПЭ.

Эквивалентная емкость C_p^{eq} и эффективный пьезомодуль d_{33}^{eff} находятся из следующих выражений:

$$\begin{aligned} C_p^{eq} &= N\lambda\varepsilon_{33}^T A/h, \\ d_{33}^{eff} &= N\mu d_{33}, \end{aligned} \quad (1.86)$$

где h — толщина одного слоя, λ и μ — эмпирические константы, введенные в силу различия между однослойной и многослойной конфигурациями ПСПЭ, а также эффектов накладываемых технологией производства многослойных ПСПЭ.

При гармоническом нагружении внешнее возбуждающее давление можно представить в виде $p(t) = p_0 e^{i\omega t}$, тогда решение уравнения (1.85) отыскивается в виде $v(t) = V e^{i\omega t}$, где ω — частота внешнего возбуждающего давления. Следовательно, можно получить выражение для амплитудного значения выходного напряжения в следующем виде:

$$V = \frac{d_{33}^{eff} i\omega A p_0}{C_p^{eq} i\omega + \frac{1}{R}}. \quad (1.87)$$

Зная напряжение и электрическое сопротивление можно получить выражение для выходной мощности, вырабатываемой многослойной ПСПЭ при гармоническом сжимающем нагружении:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(d_{33}^{eff} A p_0 \omega)^2 R}{C_p^{eq2} \omega^2 R^2 + 1}. \quad (1.88)$$

Для дальнейшего решения необходимы константы λ и μ . Их можно найти методом подбора, либо из эксперимента.

Для отыскания λ достаточно измерить фактическую ёмкость ПСПЭ и далее выделить λ из формулы (1.86). Нахождение μ с помощью эксперимента требует дополнительных выкладок.

Рассмотрим выражение для выходной мощности (1.88), как функцию, зависящую от R . Тогда можно найти точки экстремума, а именно оптимальное электрическое сопротивление, на котором мощность достигает своего максимального значения для заданной частоты:

$$R^{opt} = \frac{1}{C_p^{eq} \omega}. \quad (1.89)$$

Подставив (1.89) в (1.88), мы получим максимальную выходную мощность, которую можно получить на ПСПЭ при заданном нагружении:

$$P_{max} = \frac{\omega d_{33}^{eff2} A^2 p_0^2}{2C_p^{eq}}. \quad (1.90)$$

Зная λ , можно вычислить для заданной частоты оптимальное электрическое сопротивление по формуле (1.89). Затем можно провести эксперимент на заданной частоте и на оптимальном сопротивлении нагрузки. Вычислив по экспериментальным данным максимальную мощность, пользуясь формулой (1.90) можно отыскать d_{33}^{eff} и далее из формулы (1.86) найти μ .

Воспользуемся экспериментальными данными из главы 3 параграфа 3.1.1 и определим параметры μ и λ по алгоритму, описанному выше. Получилось, что $\lambda = 1.03$ и $\mu = 0.43$.

Далее, используя в качестве возбуждающего усилия импульс, который приведён ранее на Рис. 1.28, на основе полученной модели и модели с сосредоточенными параметрами, построим временные зависимости электрического потенциала при различных значениях электрического сопротивления: 374 кОм, 2.6 МОм, 22.8 МОм.

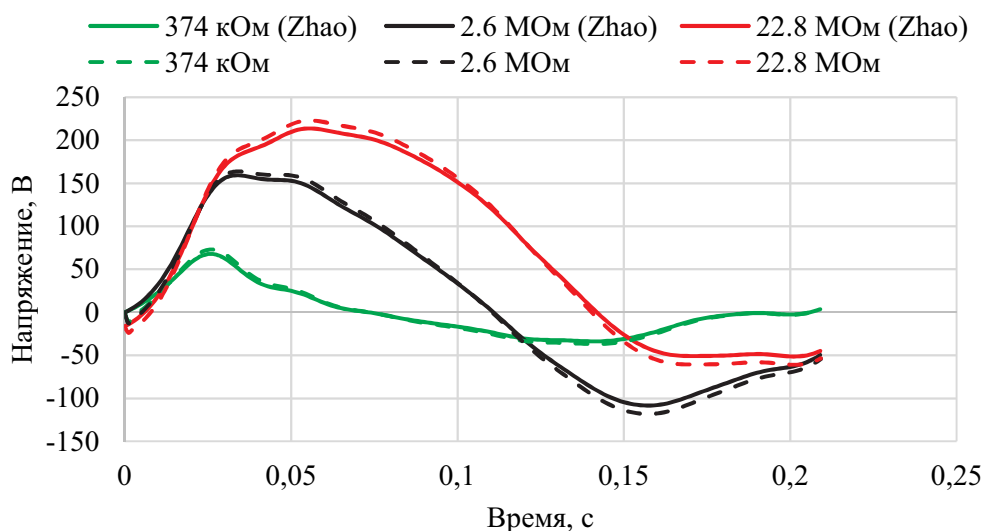


Рисунок 1.35 — Временная зависимость электрического потенциала при различных электрических сопротивлениях: пунктирная линия — разработанная модель, сплошная — модель с сосредоточенными параметрами

Рис. 1.35 демонстрирует хорошую сходимость результатов разработанной модели и модели с сосредоточенными параметрами. Среднеарифметическая погрешность не превысила 5%. Тем не менее, разработанная модель не требует предварительных экспериментов, для идентификации параметров модели, а также может дать представления о механических перемещениях в ПСПЭ.

1.4 Выводы по главе

Были построены упрощённые математические модели ПСПЭ кантилеверного (учитывающие геометрические особенности реальных конструкций) и стекового (для многослойных конструкций) типов на основе вариационного принципа, а также был предложен метод их численно-аналитического анализа.

Проведено сравнение результатов разработанных моделей с конечно-элементными расчётами в низкочастотной области и другими известными моделями. Разница между результатами разработанной модели кантилеверной ПСПЭ и конечно-элементной модели в среднем не превысила 6%, для стековой ПСПЭ — 5%. Расчёты, проведённые для известной одномерной модели показали, что различие между результатами также не превысило 5%.

Составлены программы и проведена серия численных экспериментов по анализу влияния различных параметров на основные выходные рабочие характеристики ПСПЭ кантилеверного и стекового типов.

Глава 2. Математическое моделирование флексоэлектрического эффекта

Исследованиями в области флексоэлектрического эффекта и его моделирования на основе градиентных теорий занимались Желудев И. С., Инденбом В. Л., Коган Ш. М., Машкевич В. С., Миндлин Р., Новацкий Н., Таганцев А. К., Толпыго К. Б., Dost S., Erturk A., Majdoub M. S., Maranganti R., Sahin E., Sharma P. и др. Исследованиями в области флексоэлектрического эффекта и его моделирования на основе градиентных теорий занимались Желудев И.С., Инденбом В.Л., Коган Ш.М., Машкевич В.С., Миндлин Р., Новацкий Н., Таганцев А.К., Толпыго К.Б., Dost S., Erturk A., Majdoub M.S., Maranganti R., Sahin E., Sharma P. и др.

Для исследования была выбрана трёхточечная модель возбуждения активного элемента ПСПЭ с присоединенной массой по его центру, занимающая некое «промежуточное» место между ПСПЭ кантилеверного и стеквого типов. Такая конструкция позволяет исследовать выходные параметры активного элемента ПСПЭ с присоединенной массой. Осевое воздействие присоединённой массы по центру пластины приводит её к упругому прогибу (см. Рис. 2.1), который приводит к сжатию верхнего и растяжению нижнего приэлектродных слоёв, а также созданию в них (либо изменению уже существующих стационарных) встречно-направленных градиентов деформации. На возможность возникновения поляризации под действием градиента деформации впервые указали Машкевич и Толпыго [119; 120]. Ими было получено математическое выражение для связи между амплитудами поляризации и градиента деформации в акустической волне для структур типа алмаза. Первый шаг в построении феноменологического описания явления был предпринят Коганом [121]. Некоторые симметричные аспекты описания в рамках схемы, предложенной в [121], обсуждались в работе Инденбома, Логинова и Осипова [122]. В этой же работе была предпринята попытка микроскопического описания флексоэлектрического эффекта для случая статического градиента деформации. Экспериментально эффект исследовался Желудевым [123]. Полученное на опыте значение коэффициента пропорциональности между поляризацией и градиентом деформации оказалось на 4 порядка больше грубой теоретической оценки.

Основной вклад в развитие аппарата математического моделирования проявления флексоэлектрического эффекта

Целью настоящей главы является моделирование влияния механического нагружения по трёхточечной схеме на возможность получения электрического отклика от неполяризованных сегнетокерамических пластин.

2.1 Исследование флексоэлектрического эффекта в неполяризованной керамике

2.1.1 Постановка задачи для флексоэлектрической балки

Большинство работ, посвящённых моделированию флексоэлектрического эффекта в твёрдых телах [124–127] используют вариационный подход, предложенный Миндлиным [128]. Запишем вариационный принцип для электрорупругого тела:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V (\delta K - \delta H) dV + \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\iiint_V X_i \delta u_i dV + \iint_S (p_i \delta u_i + \sigma \delta \varphi) dS \right] = 0. \quad (2.1)$$

Для того, чтобы учесть влияние градиента деформации, будем использовать представление электрической энтальпии и плотности внутренней энергии в следующем виде [129]:

$$H = U^L(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij,k}, P_i) - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varphi_{,i} \varphi_{,i} + \varphi_{,i} P_i \quad (2.2)$$

$$U^L(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij,k}, P_i) = \frac{1}{2} a_{ij} P_i P_j + \frac{1}{2} c_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + d_{ijk} P_i \varepsilon_{jk} + f_{ijkl} P_i \varepsilon_{jk,l} + \frac{1}{2} g_{ijklmn} \varepsilon_{ij,k} \varepsilon_{lm,n}, \quad (2.3)$$

где P_i — вектор поляризации, a_{ij} — обратная диэлектрическая восприимчивость, f_{ijkl} — тензор флексоэлектрических модулей, g_{ijklmn} — тензор описывающий чистые нелокальные упругие эффекты, $\varepsilon_{lm,n}$ — градиент деформации.

Подставим выражение для потенциальной энергии 2.3 в первое слагаемое вариационного принципа 2.1:

$$\begin{aligned} \delta \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \left[U^L - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varphi_{,i} \varphi_{,i} + \varphi_{,i} P_i \right] dV = \\ \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \left(\frac{\partial U^L}{\partial P_i} \delta P_i + \frac{\partial U^L}{\partial \varepsilon_{ij}} \delta \varepsilon_{ij} + \frac{\partial U^L}{\partial \varepsilon_{ij,k}} \delta \varepsilon_{ij,k} \right) dV - \\ - \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V (\varepsilon_0 \varphi_{,i} \delta \varphi_{,i} - P_i \delta \varphi_{,i} - \varphi_{,i} \delta P_i) dV. \end{aligned} \quad (2.4)$$

В силу того, что деформации в рассматриваемой задаче малы, для упрощения решения имеет смысл перейти от общей постановки задачи к одномерному случаю, приняв гипотезы Эйлера-Бернулли.

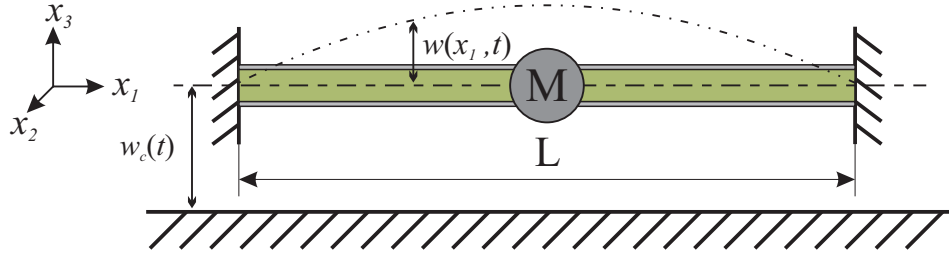


Рисунок 2.1 — Кинематическая схема нагружения флексоэлектрической балки

Возбуждение колебаний в балке, представленной на Рис. 2.1, происходит через перемещение двух заделок относительно некоторой плоскости, поэтому абсолютное перемещение балки вдоль координаты x_3 будет состоять из перемещения заделок $w_c(t)$ и относительного перемещения самой балки $w(x_1, t)$. С учётом вышесказанного вектор перемещений \mathbf{u} принимает следующий вид:

$$\mathbf{u} = \{-x_3 w_{,1}, 0, w(x_1, t) + w_c(t)\}^T. \quad (2.5)$$

С учётом введённых гипотез ненулевыми компонентами градиента деформации будут $\varepsilon_{11,1}$ и $\varepsilon_{11,3}$. Поскольку рассматриваемая балка достаточно тонкая, то будем пренебрегать $\varepsilon_{11,1}$. Градиент деформации $\varepsilon_{11,3}$ будет вызывать разделение центров положительных и отрицательных зарядов в элементарной ячейке материала, тем самым создавая поляризацию [130].

Выражения для компонентов тензора деформации и градиента деформации с учётом введённых гипотез примут следующий вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= -x_3 w_{,11}, \\ \varepsilon_{11,3} &= -w_{,11}.\end{aligned}\quad (2.6)$$

Так же примем следующие упрощения для вектора поляризации:

$$\mathbf{P}(x_1, x_3, t) = \{0, 0, P(x_1, x_3, t)\}.\quad (2.7)$$

С учётом введённых упрощений и гипотез для удобства записи дальнейших выкладок примем следующие обозначения [130]:

$$a = a_{33}, \quad c = c_{1111}, \quad d = d_{311}, \quad f = f_{3113}, \quad g = g_{113113}.\quad (2.8)$$

Плотность потенциальной энергии принимает следующий вид:

$$U^L = \frac{1}{2} a_{33} P_3^2 + \frac{1}{2} c_{1111} x_3^2 w_{,11}^2 - d_{311} P_3 x_3 w_{,11} + f_{3113} P_3 w_{,11} + \frac{1}{2} g_{113113} w_{,11}^2.\quad (2.9)$$

Предположим, что внешние силы и электрические поля отсутствуют. Подставив выражение для плотности потенциальной энергии (2.9) в уравнение (2.4), получим:

$$\begin{aligned}& \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \rho (\ddot{w} - \ddot{w}_c) \delta w dV + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \left[(aP - dx_3 w_{,11} - f w_{,11} + \varphi_{,3}) \delta P + \right. \\ & \quad \left. + (c x_3^2 w_{,11} - dx_3 P - f P + g w_{,11}) \delta w_{,11} + \right. \\ & \quad \left. + (P - \varepsilon_0 \varphi_{,3}) \delta \varphi_{,3} + (-\varepsilon_0 \varphi_{,1}) \delta \varphi_{,1} \right] dV + \int_{t_1}^{t_2} dt \iint_S \sigma \delta \varphi dS = 0.\end{aligned}\quad (2.10)$$

Поскольку вариация поляризации δP произвольна, то

$$P = \frac{1}{a} (-dx_3 w_{,11} - f w_{,11} + \varphi_{,3}).\quad (2.11)$$

После подставки (2.11) в (2.10) и интегрирования по площади поперечного сечения S получаем:

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^L \rho \mathbf{I}_1 (\ddot{w} - \ddot{w}_c) \delta w dx_1 + \\
& + \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^L \left\{ \left[\left(c - \frac{d^2}{a} \right) \mathbf{I}_3 - \frac{2df}{a} \mathbf{I}_2 - \left(\frac{f^2}{a} - g \right) \mathbf{I}_1 \right] w_{,11} + \right. \\
& \quad \left. + \left(\frac{d}{a} \mathbf{I}_2 + \frac{f}{a} \mathbf{I}_1 \right) \varphi_{,3} \right\} \delta w_{,11} dx_1 + \\
& + \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^L \left[- \left(\frac{d}{a} \mathbf{I}_2 + \frac{f}{a} \mathbf{I}_1 \right) w_{,11} + \left(\frac{1}{a} + \varepsilon_0 \right) \varphi_{,3} \right] \delta \varphi_{,3} dx_1 + \\
& \quad + \int_{t_1}^{t_2} dt \iint_S \sigma \delta \varphi dS = 0,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

где $\mathbf{I}_1 = \iint_S dS$, $\mathbf{I}_2 = \iint_S x_3 dS$, $\mathbf{I}_3 = \iint_S x_3^2 dS$.

Введём обозначение для правого сомножителя в первом слагаемом подынтегрального выражения второго интеграла в (2.12):

$$EI^* = \left(c - \frac{d^2}{a} \right) \mathbf{I}_3 - \frac{2df}{a} \mathbf{I}_2 - \left(\frac{f^2}{a} - g \right) \mathbf{I}_1. \tag{2.13}$$

Коэффициент EI^* можно трактовать, как эффективную изгибную жесткость флексоэлектрической балки.

Будем считать, что электрическое поле линейно по толщине балки, тогда:

$$\varphi_{,3} = -\frac{v(t)}{h}, \tag{2.14}$$

где $v(t)$ — электрический потенциал между двумя электродами на больших поверхностях балки, h — толщина балки.

Для решения задачи о вынужденных колебаниях флексоэлектрической балки будем использовать метод Канторовича [108]. Представим относительные перемещения балки, как разложение в ряд:

$$w(x_1, t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(t) \Phi_i(x_1), \tag{2.15}$$

где N — число учитываемых мод колебаний, $\eta_i(t)$ — неизвестные обобщённые координаты, $\phi_i(x_1)$ — известные функции, удовлетворяющие граничным условиям.

Подставим (2.14) и (2.15) в (2.12). В (2.12) приравняем к нулю коэффициенты при независимых вариациях $\delta\eta$ и $\delta\varphi$. Продифференцируем по времени второе уравнение. Мы получили систему двух дифференциальных уравнений, описывающих вынужденные колебания флексоэлектрической балки, подключенной к резистору:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{K}\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\Theta}v(t) &= \mathbf{p} , \\ C_f\dot{v}(t) + \boldsymbol{\Theta}^T\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \frac{v(t)}{R} &= 0 , \end{aligned} \quad (2.16)$$

где

$$\begin{aligned} C_f &= \frac{bL}{h} \left(\varepsilon_0 + \frac{1}{a} \right) , \\ M_{ij} &= \int_0^L \rho \mathbf{I}_1 \phi_i(x_1) \phi_j(x_1) dx_1 , \\ K_{ij} &= \int_0^L EI^* \phi_i''(x_1) \phi_j''(x_1) dx_1 , \\ p_i &= \int_0^L \ddot{w}_c(t) \rho \mathbf{I}_1 \phi_i dx_1 , \\ \Theta_i &= \int_0^L \phi_i''(x_1) \frac{1}{h} \left(\frac{d}{a} \mathbf{I}_2 + \frac{f}{a} \mathbf{I}_1 \right) dx_1 , \end{aligned} \quad (2.17)$$

где C_f — эффективная ёмкость, b , h и L — ширина, высота и длина пьезоэлемента.

Теперь осталось решить задачу нахождения функций $\phi_i(x_1)$, удовлетворяющих граничным условиям.

2.1.2 Граничные условия

Для отыскания $\phi_i(x_1)$ решим задачу о свободных колебаниях для балки, заземлённой с обоих концов, и имеющей сосредоточенную массу в центре (см. Рис. 2.1). Для того, чтобы учесть влияние сосредоточенной массы M , расположенной по середине балки, представим функцию $\phi_i(x_1)$ в следующем виде:

$$\phi_i(x_1) = \begin{cases} \phi_i^{(1)}(x_1), & x_1 \leq \frac{L}{2}, \\ \phi_i^{(2)}(x_1), & x_1 > \frac{L}{2}, \end{cases} \quad (2.18)$$

где $\phi_i^{(1)}(x_1)$ — соответствует форме колебаний левой половины балки, а $\phi_i^{(2)}(x_1)$ — правой.

Кроме того, необходимо учесть это влияние в системе (2.16). Для этого добавим в выражения (2.17) два компонента, отвечающих, за влияние массы M :

$$M_{ij} = \int_0^L \rho \mathbf{I}_1 \phi_i(x_1) \phi_j(x_1) dx_1 + M \phi_i\left(\frac{L}{2}\right) \phi_j\left(\frac{L}{2}\right), \quad (2.19)$$

$$p_i = \int_0^L \ddot{w}_c(t) \rho \mathbf{I}_1 \phi_i dx_1 + M \phi_i\left(\frac{L}{2}\right).$$

Запишем решение в общем виде для каждой части балки:

$$\begin{aligned} \phi_i^{(1)}(x_1) &= a_{1,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{2,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{3,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\ &\quad + a_{4,i} \cosh(\beta_i x_1), \\ \phi_i^{(2)}(x_1) &= a_{5,i} \sin(\beta_i x_1) + a_{6,i} \cos(\beta_i x_1) + a_{7,i} \sinh(\beta_i x_1) + \\ &\quad + a_{8,i} \cosh(\beta_i x_1). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Выпишем граничные условия для концов балки и условия сопряжения в центре балки:

$$\begin{aligned}
 \Phi_i^{(1)}(0) &= 0, \\
 \Phi_i^{(1)'}(0) &= 0, \\
 \Phi_i^{(1)}\left(\frac{L}{2}\right) &= \Phi_i^{(2)}\left(\frac{L}{2}\right), \\
 \Phi_i^{(1)'}\left(\frac{L}{2}\right) &= \Phi_i^{(2)'}\left(\frac{L}{2}\right), \\
 \Phi_i^{(1)''}\left(\frac{L}{2}\right) &= \Phi_i^{(2)''}\left(\frac{L}{2}\right), \\
 \Phi_i^{(1)'''}\left(\frac{L}{2}\right) &= \Phi_i^{(2)'''}\left(\frac{L}{2}\right) - \alpha\beta^4\Phi_i^{(1)}\left(\frac{L}{2}\right), \\
 \Phi_i^{(2)}(L) &= 0, \\
 \Phi_i^{(2)'}(L) &= 0,
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

где $\alpha = \frac{M}{\rho I_1 L}$.

Удовлетворив граничным условиям, мы получаем однородную систему из 8 уравнений с 8 неизвестными:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,8} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{8,1} & \dots & a_{8,8} \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

Найдём определитель этой системы, чтобы отыскать собственные числа β_i . Поскольку $\det(\Lambda) = 0$ представляет собой трансцендентное уравнение, то его решение будем искать с помощью численных методов. Получив набор β_i , мы вычисляем коэффициенты a_i для необходимого количества мод колебаний N .

2.1.3 Решение

Поскольку мы будем рассматривать случай гармонического возбуждения основания, то этапы нахождения решения будут аналогичны тем, что приведены

в главе 1 параграфе 1.2.3. Решение для системы уравнений (2.16) имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\eta} &= \left[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega (\mu \mathbf{M} + \gamma \mathbf{K}) + \mathbf{K} + \frac{i\omega \Theta \Theta^T}{i\omega C_p + \frac{1}{R}} \right]^{-1} \tilde{\mathbf{p}}, \\ \tilde{v} &= -\frac{i\omega \Theta^T}{i\omega C_p + \frac{1}{R}} \left[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega (\mu \mathbf{M} + \gamma \mathbf{K}) + \mathbf{K} + \frac{i\omega \Theta \Theta^T}{i\omega C_p + \frac{1}{R}} \right]^{-1} \tilde{\mathbf{p}}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

2.1.4 Численный эксперимент

В качестве входных параметров модели воспользуемся исходными данными из эксперимента. Будем рассматривать пьезокерамическую балку, изготовленную из неполяризованной керамики ЦТС-19, обладающую геометрическими и физическими свойствами, приведёнными в Таблице 6 [131–134].

Таблица 6 — Параметры сегнетокерамической балки

Геометрические размеры ($L_0 \times b \times h$)	50×4×0.7 мм ³
Длина рабочей части (L)	35 мм
Плотность (ρ)	7280 кг/м ³
Модуль упругости (c)	114.8 ГПа
Относительная диэлектрическая проницаемость ($\varepsilon/\varepsilon_0$)	682.6
Обратная диэлектрическая восприимчивость (a)	0.166 ГНм ² /Кл ²
Флексоэлектрический коэффициент (μ_{12})	2 мкКл/м
Флексоэлектрический модуль (f)	-331 Нм/Кл
Модуль упругости высокого порядка (g)	1.75 мкН

Так как неполяризованная керамика представляет собой материал с центральной симметрией, то пьезоэлектрический модуль d у такого материала будет равен 0. Обратная диэлектрическая восприимчивость рассчитывалась по формуле $a = (\varepsilon \varepsilon_0 - \varepsilon_0)^{-1}$, а флексоэлектрический модуль — $f = -a \mu_{12}$. Амплитуда перемещения основания $\tilde{w}_c = 0.03$ мм. Коэффициенты модального демпфирования равны $\xi_1 = \xi_2 = 0.02$.

Построим амплитудно-частотные характеристики перемещения середины балки и электрического напряжения при различных сопротивлениях нагрузки. Расчётная резонансная частота оказалась равной 504 Гц.

Из рисунка Рис. 2.2 видно, что максимальное перемещение на резонансе составляет 1 мм.

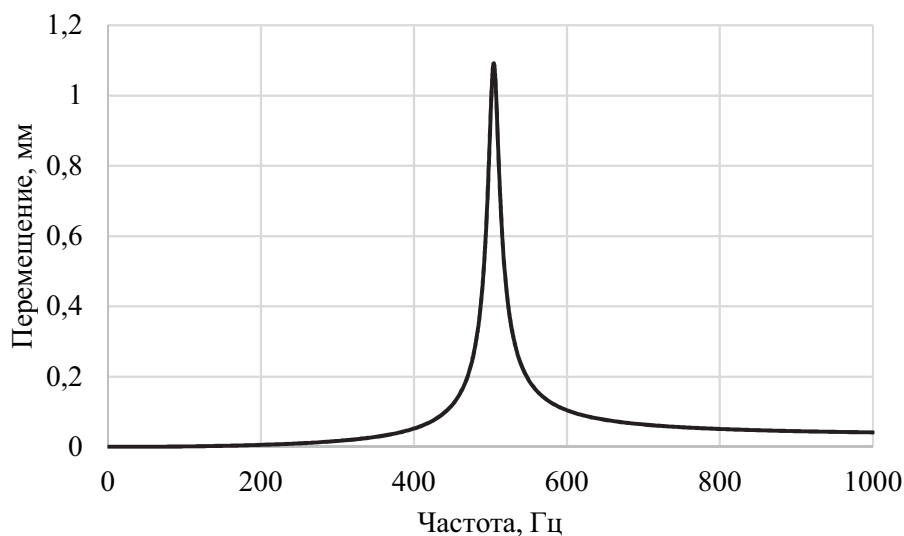


Рисунок 2.2 — Амплитудно-частотная характеристика перемещения середины балки

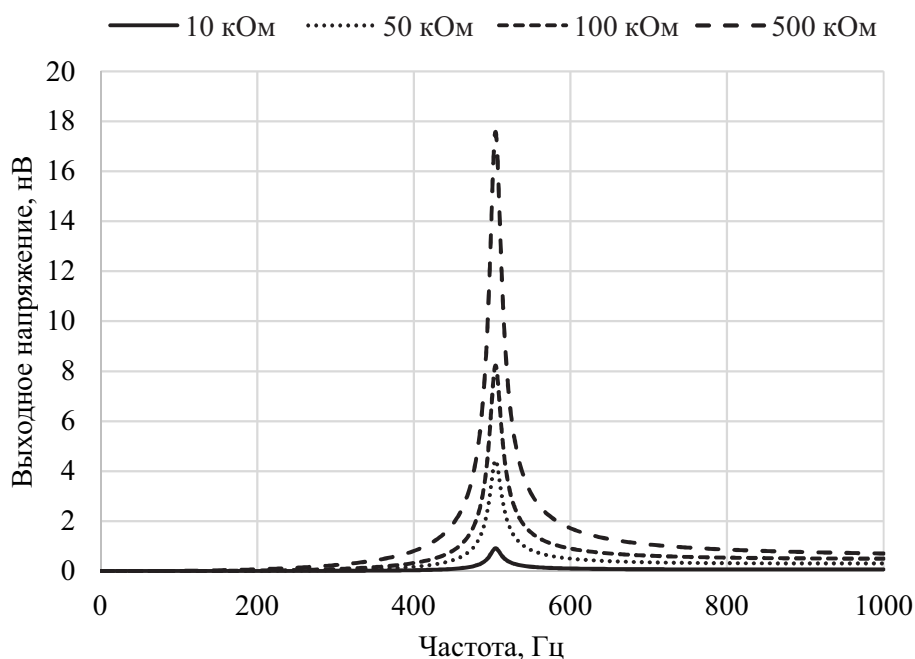


Рисунок 2.3 — Амплитудно-частотная характеристика напряжения на резисторе при различных значениях электрического сопротивления

Поскольку определение материальных констант, влияющих на эффекты более высокого порядка (такие как флексоэлектрический эффект), представляет собой сложную и до конца не решенную исследовательскую задачу, в нашем случае мы можем попробовать варьировать коэффициент μ_{12} .

В процессе вариации коэффициента было обнаружено, что при достижении некоторого значения коэффициента эффективная изгибная жесткость EI^* становится отрицательной. Поэтому мы выбрали ближайшее значение в

окрестности точки перехода, равное 10^{-3} и построили АЧХ электрического напряжения.

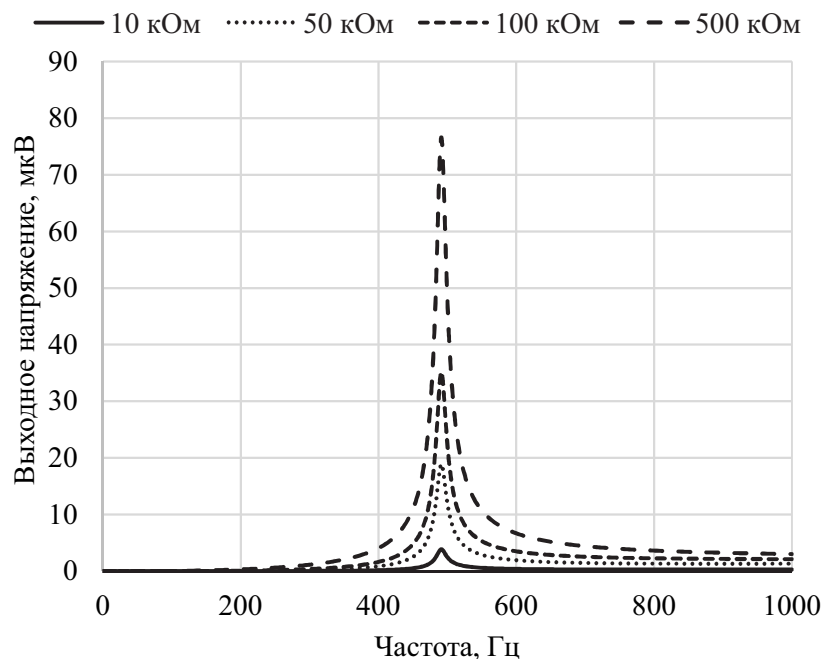


Рисунок 2.4 — Амплитудно-частотная характеристика напряжения на резисторе при различных значениях электрического сопротивления при $\mu_{12} = 10^{-3}$

Из рисунка Рис. 2.4 видно, что значения электрического напряжения выросли на три порядка. Кроме того, резонансная частота незначительно уменьшилась до 491 Гц. Значение амплитуды перемещения середины балки осталось неизменным.

Результаты расчёта характеристик данной модели, полученные в ходе численного эксперимента, показали возникновение разности электрического потенциала на электродах у неполяризованной сегнетоэлектрической балки при её поперечном изгибе.

2.2 Выводы по главе

Главным результатом главы 2 является постановка задачи о вынужденных колебаниях неполяризованной сегнетоэлектрической балки при наличии присоединённой массы с учётом флексоэлектрического эффекта.

Показано, что выходной электрический потенциал может возникать в неполяризованных образцах, и его значения могут служить для определения флексоэлектрических констант.

Показано, что вариация такой константы возможна лишь до определённого момента, когда эффективная жесткость EI^* становится отрицательной, а результаты теряют физический смысл.

Глава 3. Экспериментальное моделирование пьезоэлектрических структур преобразования энергии

Данная глава посвящена экспериментальным исследованиям ПСПЭ различных типов. Для проведения экспериментальных исследований ПСПЭ на базе лаборатории механики и физики новых материалов и устройств Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича Южного федерального университета были разработаны экспериментальные установки, позволяющие реализовать различные типы нагрузений. Описание установок, методики экспериментов, а также полученные экспериментальные данные приведены в этой главе. Кроме того, проводится сравнение результатов численного эксперимента, проведённого на основе моделей, описанных в первой главе, с экспериментальными данными.

3.1 Эксперимент по определению выходных характеристик пьезоэлектрических структур преобразования энергии стекового типа

В этом разделе описываются эксперименты по определению выходных рабочих характеристик ПСПЭ стекового типа. Рассмотрены три типа нагрузения: гармоническое, импульсное и квазистатическое. Для каждого типа описаны экспериментальная установка, методика эксперимента и результаты. Также будет проведено сравнение с теоретическими расчётами.

Отличительной особенностью нагрузения ПСПЭ стекового типа является непосредственное воздействие нагрузки на чувствительный элемент. Основным рабочим режимом является сжатие. В связи с чем, стековые ПСПЭ способны выдерживать высокие механические нагрузки, и демонстрируют высокие уровни выходного напряжения и мощности.

3.1.1 Гармоническое нагружение

Самым широко используемым видом нагружения в исследовательских работах, посвященных изучению ПСПЭ, является гармоническое нагружение. Оно получило такое широкое распространение в связи с тем, что большинство процессов в технике представляют собой гармонические колебания. Кроме того, данный вид нагружения прост в реализации, а также удобен при его математическом моделировании.

Описание испытательной установки и исследуемых образцов

Структурная схема стенда представлена на Рис. 3.1. Механическое нагружение испытуемого образца осуществляется нагружающим модулем стенда, состоящего из электродвигателя с редуктором с эксцентриковым возбудителем и кривошипно-шатунным механизмом. Для регулирования частоты вращения двигателя используется частотный преобразователь VFD004L21A, который может управляться компьютером. В состав стенда входят, кроме нагружающего модуля с редукторным двигателем, тензометрический динамометр и тензоусилитель, преобразователь напряжения измерительный АЦП/ЦАП, электрическое сопротивление R , делитель напряжения, частотный преобразователь, задающий частоту механической гармонической нагрузки, персональный компьютер.

Лабораторный стенд обеспечивает механическое низкочастотное нагружение ПСПЭ при гармоническом возбуждении колебаний исследуемого образца ПСПЭ в режимах программного и ручного управления амплитудной и частотной составляющими усилия, а также регистрацию входных и выходных параметров воздействия и отклика.

На Рис. 3.2а показана фотография лабораторного макета испытательного стенда.

Работа нагружающего модуля стенда поясняется кинематической схемой, показанной на Рис. 3.2б.

Для измерения электрических сигналов от тензометрического динамометра и ПСПЭ, а также для обработки аналоговой и цифровой информации в

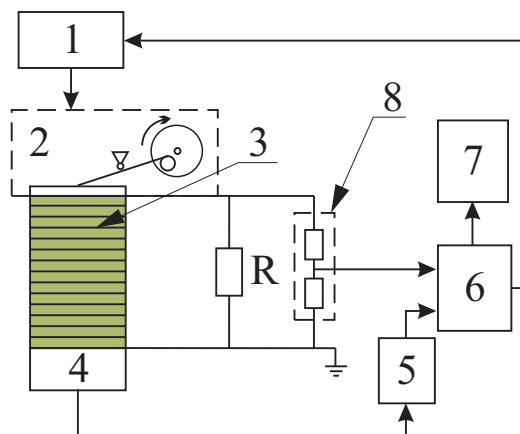


Рисунок 3.1 — Структурная схема испытательного стенда: 1 — частотный преобразователь VFD004L21A, задающий частоту механической нагрузки; 2 — нагружающий модуль; 3 — испытуемый образец ПСПЭ; 4 — тензометрический динамометр; 5 — тензоусилитель; 6 — АЦП/ЦАП; 7 — ПК; 8 — делитель напряжения

составе стенда использован преобразователь напряжения измерительный АЦ-П/ЦАП Е14-140 и программное обеспечение Power Graph.

Общие технические характеристики стенда приведены в таблице 7.

Таблица 7 — Технические характеристики стенда

Диапазон механических усилий	100–5000 Н
Диапазон частоты нагружения образца	0.3–4 Гц
Мощность двигателя AR-S 6324B14 стенда	180 Вт
КПД двигателя	60 %
Коэффициент редукции редуктора STCRV 30	7.5 Н
Порог чувствительности динамометра	5 Н
Сопротивление электрической нагрузки	0.001–50 МОм
Габаритные размеры ПСПЭ (диаметр×длина)	от 10×4 до 50×80 мм

Определение уровня выходного напряжения ПСПЭ на различных частотах нагружения 0.3–4 Гц реализуется на испытательном стенде. Механическое нагружение испытуемой ПСПЭ осуществляется при сжимающей гармонической силе с амплитудой от 0.1 до 5 кН. Для каждого цикла механического усилия, определяемого с помощью динамометра, на дисплее ПК регистрируются временные зависимости величины механического усилия и выходного напряжения при различных дискретных значениях нагрузочного электрического сопротивления R от 1 кОм до 50 МОм. Для каждого из этих значений, определяемых

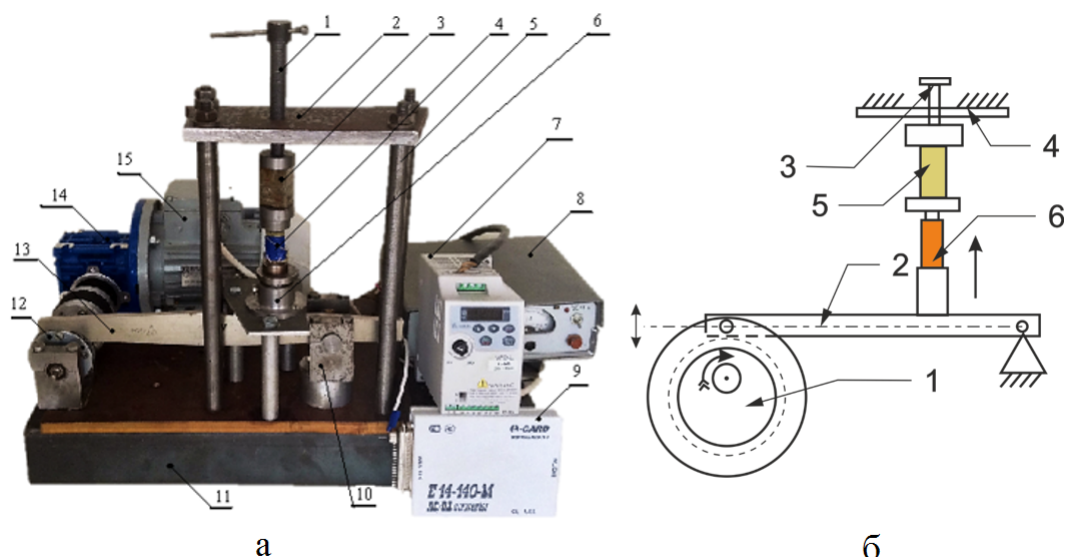


Рисунок 3.2 — Испытательный стенд: а) Фотография лабораторного макета испытательного стенда для определения характеристик ПСПЭ стекового типа: 1 — винт, предназначенный для установки по высоте ПСПЭ и начального его поджатия, 2 — неподвижная траверса, 3 — испытуемый образец ПСПЭ, 4 — тензометрический динамометр, 5 — силовые колоны, 6 — направляющий цилиндр с подвижной траверсой, 7 — частотный преобразователь, задающий частоту вращения двигателя от 10 до 1400 об/мин; 8 — тензоусилитель, 9 — преобразователь АЦП/ЦАП, 10 — опорный кронштейн, 11 — основание, 12 — эксцентриковый диск с рычажным шатуном 13, 14 — редуктор, 15 — электродвигатель; б) 1 — электродвигатель, редуктор и эксцентриковый диск, 2 — кривошипно-шатунный механизм, 3 — поджимной винт, 4 — траверса, 5 — ПСПЭ, 6 — тензометрический динамометр.

с помощью тензометрического динамометра, на дисплее ПК, регистрируются выходное напряжение размаха испытуемой ПСПЭ, а также форма сигнала механического усилия сжатия.

Эксперимент

Были исследованы многослойные ПСПЭ призматической геометрии с размером поперечного сечения $24 \times 16 \text{ мм}^2$ и различными высотами: 36 мм, 21 мм.

Многослойные ПСПЭ выполнены из пьезоэлементов (ПЭ) на основе пьезокерамики ЦТС-19М толщиной 0.5 мм, электроды которых выведены на внешние поверхности ПСПЭ и соединены параллельно. Спеченные в пакете по традиционной керамической технологии ПЭ были поляризованы по высоте ($d_{33} = 360$ пКл/Н). Один из испытанных образцов ПСПЭ приведен на Рис. 3.3.



Рисунок 3.3 — Экспериментальный образец ПСПЭ призматического типа.

На основе полученных экспериментальных данных для образца ПСПЭ $24 \times 16 \times 36$ мм, была проведена обработка его выходных параметров и построены графики зависимостей выходного напряжения от частоты нагружения и различных значений электрической нагрузки при максимальном значении величины механической нагрузки 3.4 кН (см. Рис. 3.4).

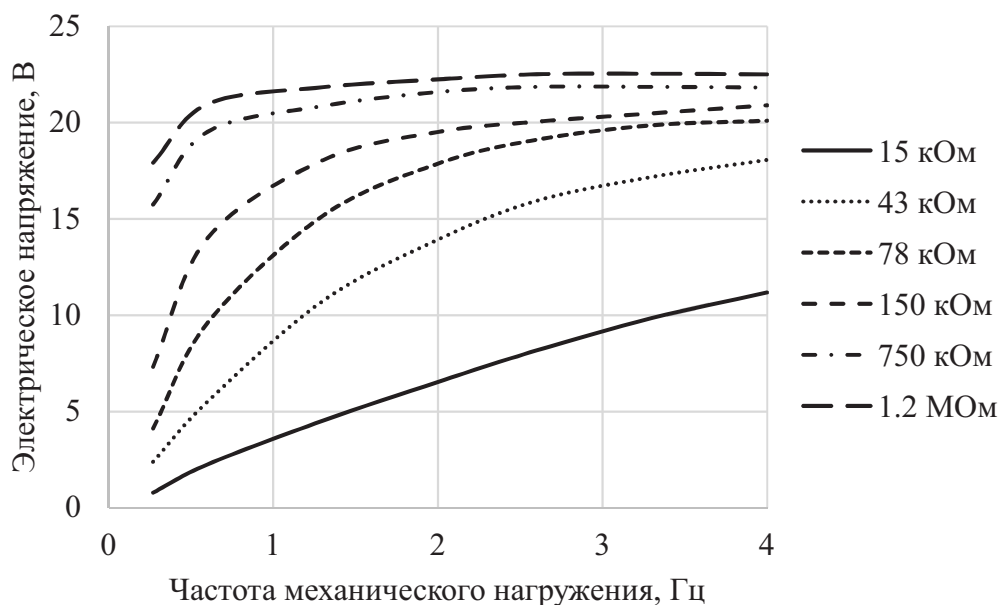


Рисунок 3.4 — Зависимость выходного напряжения ПСПЭ $24 \times 16 \times 36$ мм, от частоты гармонического механического воздействия при различных значениях электрического сопротивления

Как следует из Рис. 3.4, максимальное значение выходного напряжения, равное 22.5 В, достигается при частоте нагружения 4 Гц и сопротивлении

нагрузки 1.2 МОм. Зависимость электрического напряжения имеет почти линейный характер при сопротивлении нагрузки не более 15 кОм в диапазоне частот до 4 Гц.

Далее по результатам измеренных пиковых значений выходного напряжения и соответствующих им величин электрического сопротивления R легко можно рассчитать выходную мощность испытуемого ПСПЭ по формуле (1.63), которая оказалась равной 3 мВт.

Аналогичные измерения были проведены для ПСПЭ с размерами $24 \times 16 \times 21$ мм при частотах 2.6; 3.3 и 4.0 Гц и сопротивлении нагрузки от 6 до 750 кОм.

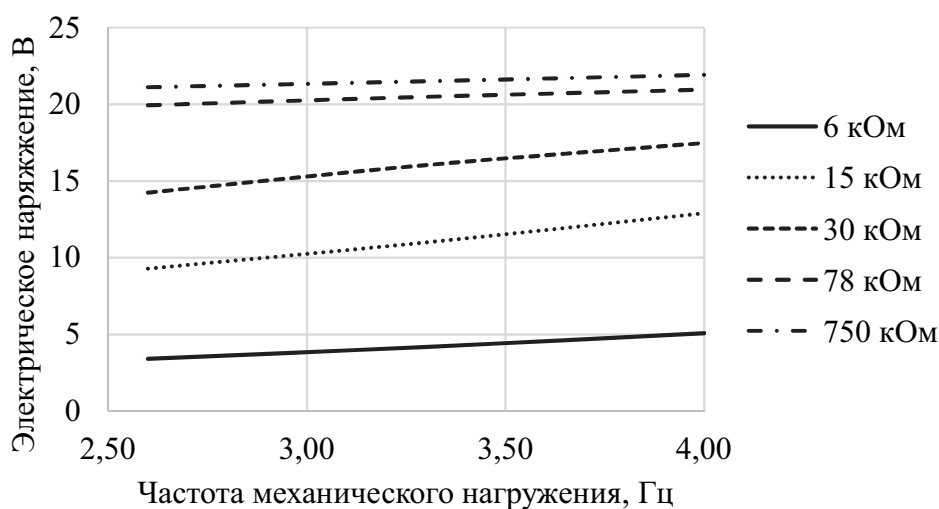


Рисунок 3.5 — Зависимость выходного напряжения ПСПЭ $24 \times 16 \times 21$ мм от частоты гармонического механического воздействия при различных значениях электрического сопротивления

Из анализа зависимостей на Рис. 3.5 можно сделать вывод, что при увеличении электрического сопротивления до 78 кОм выходное напряжение растет, однако, после этого значения наблюдается лишь незначительное возрастание. Максимальное электрическое напряжение, которое было получено в ходе эксперимента, равнялось 22 В при значении электрического сопротивления 750 кОм.

Сравнение теории и эксперимента

Полученные данные для ПСПЭ с высотами 21 и 36 мм были сравнены между собой, а также с результатами численного эксперимента, проведенного

на основе модели, описанной в параграфе 1.3 для случая гармонического нагружения. Графики этих зависимостей для частоты 4 Гц приведены на Рис. 3.7.

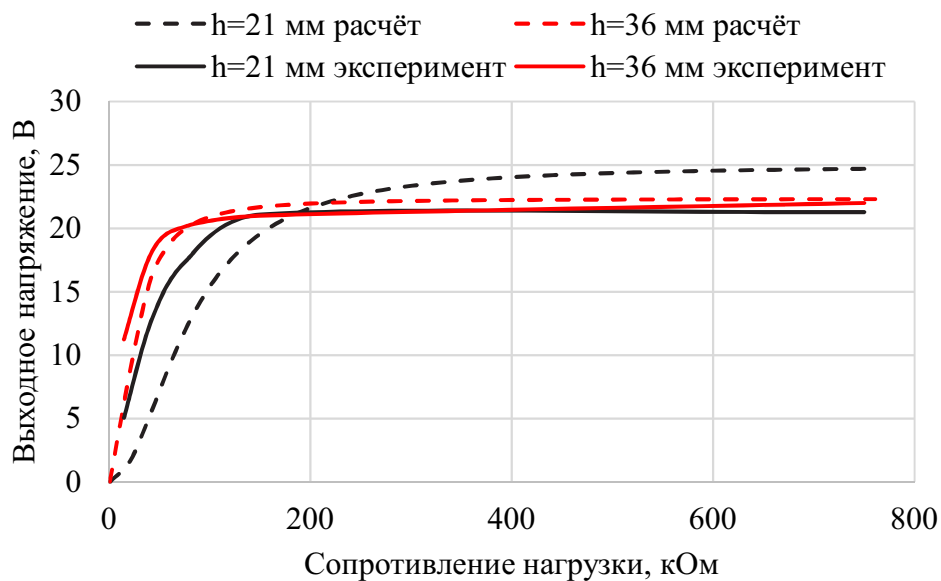


Рисунок 3.6 — Сравнение расчётных и экспериментальных данных для ПСПЭ высотой 21 и 36 мм при гармоническом нагружении на частоте 4 Гц

Из анализа экспериментальных и численных результатов, приведенных на Рис. 3.6, можно сделать вывод что, для ПСПЭ высотой 36 мм разница между экспериментальными и расчётными данными не превышает 6%. Для ПСПЭ высотой 21 мм разница оказалась равной 16%, что связано с тем, что для его изготовления был использован модифицированный состав керамики, для которого ещё нет полного набора материальных констант.

3.1.2 Импульсное нагружение

Следующим исследованным видом нагружения стековых ПСПЭ является импульсное. Данный вид также, как и предыдущий, часто встречается в различных конструкциях и технике. В частности, такое нагружение характерно для колебаний рельсов железнодорожного транспорта или дорожного полотна автодороги. В связи с отсутствием стандартных экспериментальных устройств, предназначенных для исследований ПСПЭ стекового типа при низкочастотном

импульсном нагружении, возникла необходимость создания нестандартизованных средств измерений, а именно испытательного стенда для импульсного нагружения ПСПЭ.

Описание испытательной установки и исследуемых образцов

Были проведены исследования двух ПСПЭ кольцевого типа. Первая ПСПЭ состояла из 11 параллельно соединенных пьезоэлементов (ПЭ) дискового типа, каждый толщиной 1 мм. Вторая состояла из 16 элементов толщиной 2 мм. Внутренний и внешний диаметр колец у обоих ПСПЭ был равен 18 мм и 8 мм, соответственно. При этом каждый из ПЭ был поляризован по толщине ($d_{33} = 360$ пКл/Н), в качестве материала ПЭ была использована пьезокерамика ЦТС-19. Электрическая ёмкость первой ПСПЭ была равна 20.22 нФ, второй – 21.3 нФ. Фотографии испытанных образцов приведены на Рис. 3.7.

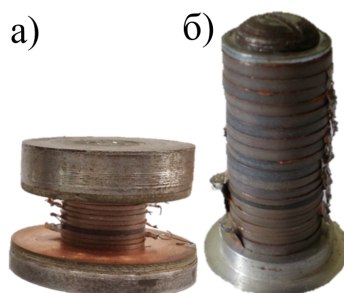


Рисунок 3.7 — Экспериментальные образцы ПСПЭ с кольцевым сечением: а) ПСПЭ высотой 11 мм, б) ПСПЭ высотой 38 мм.

Эксперимент проводился на разработанном лабораторном испытательном стенде. Лабораторный испытательный стенд обеспечивает механическое низкочастотное импульсное нагружение ПСПЭ в режимах программного и ручного управления амплитудной и частотной составляющими усилия, действующего по оси ПСПЭ с регистрацией входных и выходных параметров воздействия и отклика. Структура и принцип работы стенда аналогичны стенду для создания гармонического нагружения (см. Рис. 3.1). Принципиальное отличие заключается в конструктивных особенностях стенда.

На Рис. 3.8а показана фотография нагружающего модуля лабораторного макета испытательного стенда. Основное отличие данного стенда от стенда с

гармоническим нагружением состоит в особенностях нагружающего модуля. Принцип его поясняется кинематической схемой, показанной на Рис. 3.8б. Технические данные стенда схожи с теми, что приведены в таблице 7.

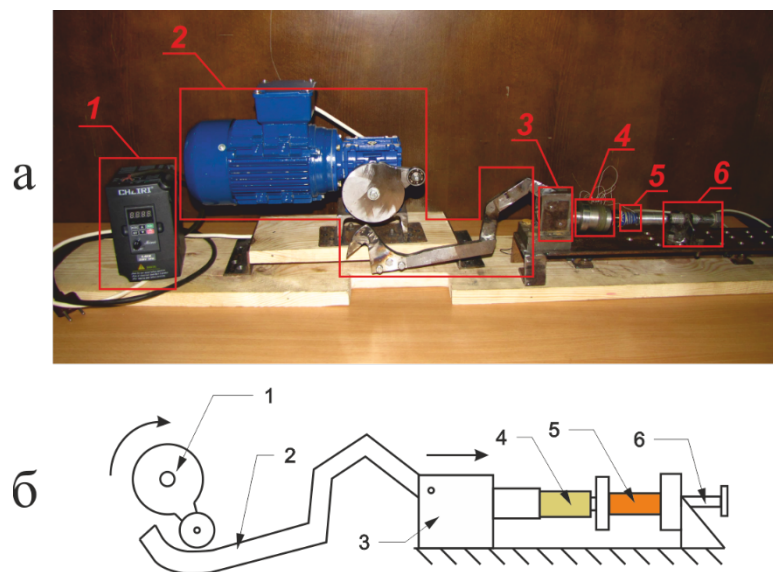


Рисунок 3.8 — Стенд для импульсного нагружения: а) Фотография лабораторного макета силовой части испытательного стенда для определения характеристик ПСПЭ стекового типа, где 1 — частотный преобразователь, задающий частоту вращения двигателя от 10 до 1400 об/мин; 2 — двигатель с редуктором и эксцентриковым диском, и шатуном; 3 — рычажный мультипликатор изменения сжимающего усилия с коэффициентом преобразования 50; 4 — испытательный образец ПСПЭ; 5 — тензометрический динамометр; 6 — опорный кронштейн крепления ПСПЭ; б) кинематическая схема нагружающего модуля, где 1 — электродвигатель, редуктор и эксцентриковый диск, 2 — рычаг, 3 — преобразующий механизм, 4 — ПСПЭ, 5 — тензометрический динамометр, 6 — поджимной винт

Методика проведения эксперимента сходна с методикой для гармонического нагружения, описанной в разделе 3.1.1. Механическое циклическое нагружение ПСПЭ осуществлялось сжимающей импульсной силой с амплитудой от 1 кН до 4 кН. Для каждого цикла сжимающего усилия, определяемого с помощью динамометра (позиция 5 на Рис. 3.8а), регистрировались временные зависимости величины сжимающей силы и выходного напряжения при различных дискретных значениях нагрузочного сопротивления от R от 10 кОм до 22.8 МОм.

Эксперимент

В соответствии с описанной методикой измерения выходных характеристик ПСПЭ стекового типа по полученным значениям выходного напряжения при осевом импульсном нагружении с амплитудой 17.2 МПа (3 кН) и различных значениях электрического сопротивления нагрузки R были построены зависимости выходного напряжения от времени для ПСПЭ высотой 11 мм, описанного в предыдущем разделе (см. Рис. 3.7а). На Рис. 3.9 показаны сопряженные временные зависимости выходного напряжения динамометра, соответствующего сжимающему импульсу силы 3 кН (кривая 4) и пьезоэлектрических откликов при $R = 0.374$, 2.572 и 22.77 МОм (кривые 1, 2 и 3) для многослойной ПСПЭ первого типа.

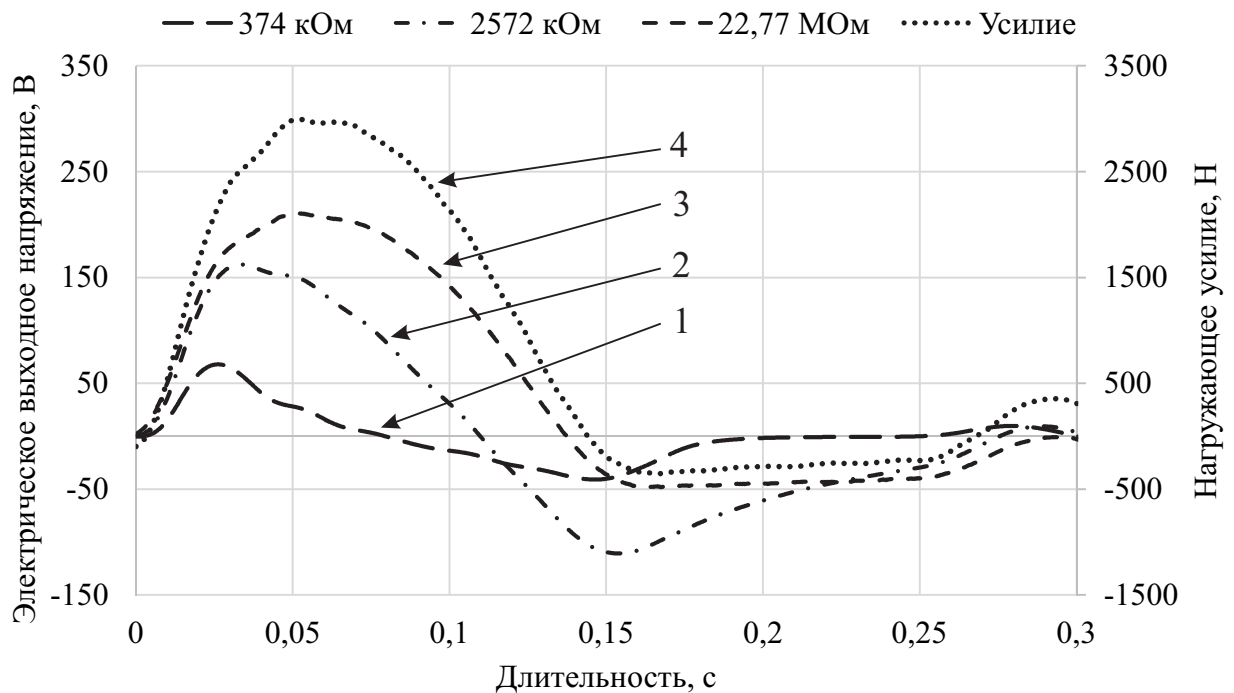


Рисунок 3.9 — Формы импульсов усилия сжатия и выходного пьезоэлектрического напряжения для образца ПСПЭ с высотой 11 мм: кривая 4 и кривые 1, 2 и 3 для сопротивления нагрузки $R = 0.374$; 2.572 и 22.77 МОм, соответственно

Рис. 3.9 демонстрирует влияние сопротивления нагрузки на соответствие форм пьезоэлектрического отклика форме импульса силы при увеличении R . Как видно из графиков на Рис. 3.9 при $R = 22.77$ МОм амплитуды сжимающего усилия и выходного напряжения достигают максимума одновременно при $t = 0.05$ с.

Для образца ПСПЭ с высотой 38 мм (Рис. 3.7б) при усилении 17.2 МПа (3 кН) и различных значениях электрического сопротивления нагрузки R были построены зависимости выходного напряжения от скорости вращения нагружающего эксцентрика (позиция 1 на Рис. 3.8б).

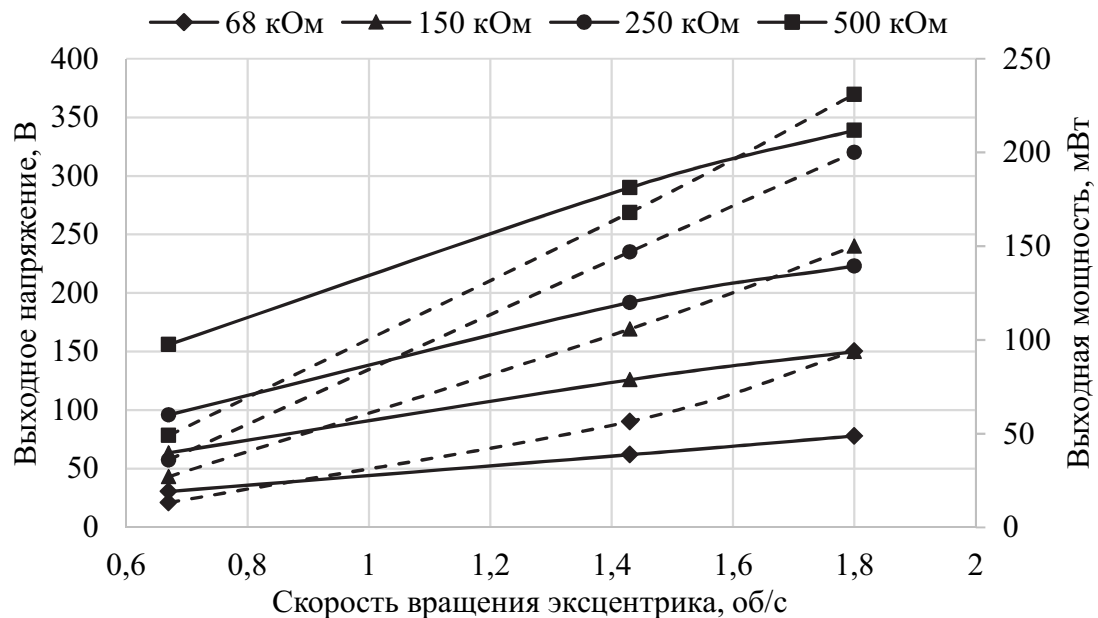


Рисунок 3.10 — Зависимость выходного электрического напряжения (сплошная линия) и выходной электрической мощности (пунктирная линия) при различных значениях электрического сопротивления нагрузки от скорости вращения нагружающего эксцентрика для кольцевого типа ПСПЭ высотой 38 мм при импульсной механической нагрузке 17.2 МПа

Как следует из графиков этих зависимостей на Рис. 3.10 (сплошные линии) выходное электрическое напряжение ПСПЭ при увеличении скорости вращения эксцентрика монотонно растет и демонстрирует почти линейный характер при значениях сопротивления нагрузки R в диапазоне от 68 до 500 кОм. Максимальное пиковое значение выходного напряжения оказалось равным 327 В при электрической нагрузке 500 кОм. Далее на основе измеренных значений выходного напряжения и нагрузки R были рассчитаны пиковые значения выходной мощности и на их основе построены графики зависимости выходной пиковой мощности от частоты нагружения (Рис. 3.10 пунктирные линии).

Результаты расчётов показали, что при импульсной механической нагрузке 17.2 МПа можно получить пиковую выходную мощность 213.9 мВт при электрической нагрузке $R = 500$ кОм. При этом мощность, отнесённая к объёму ПЭ данной модели ПСПЭ, равнялась 27.565 мВт/см³.

Анализ полученных результатов показал, что испытанные многослойные образцы ПСПЭ стекового типа позволяют получить различную максимальную мощность, зависящую от скорости вращения нагружающего эксцентрика и нагрузочного электрического сопротивления R .

Сравнение теории и эксперимента

Ранее в параграфе 1.3 была построена математическая модель для рассматриваемой в этом разделе ПСПЭ с высотой 11 мм, а также получено решение для случая, когда нагружение имеет произвольную форму. В этом разделе проведём сравнение экспериментальных данных с теоретическими расчётами, взяв за основу исходные данные эксперимента, а также форму нагружающего усилия.

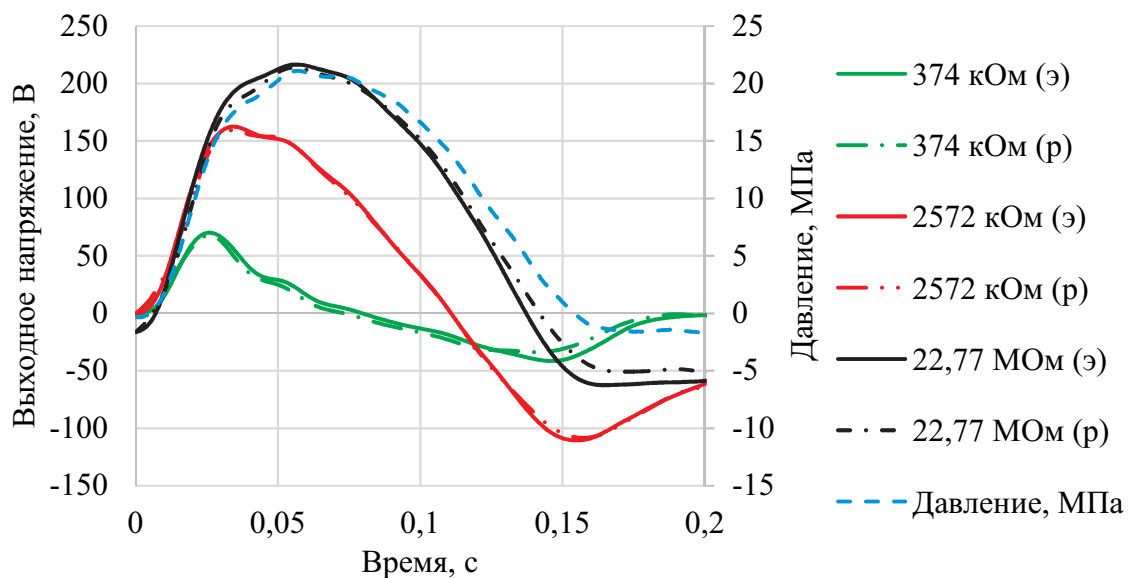


Рисунок 3.11 — Результаты численного расчёта выходных характеристик ПСПЭ с помощью аппроксимации механической нагрузки рядом Фурье: (э) — эксперимент, (р) — расчёт

Из Рис. 3.11 видно, что численные расчёты, полученные на основе разработанной модели, демонстрируют хорошее согласие с экспериментальными данными. Среднеарифметическая погрешность не превышает 7%.

3.1.3 Квазистатическое нагружение

Квазистатическое нагружение – это такое нагружение, при котором не учитываются инерционные явления. То есть временем и массой можно пренебречь. Для области накопления энергии данный вид нагружения интересен тем, что в реальных конструкциях, в которые предполагается интегрировать ПСПЭ, наряду с динамическими нагрузками, присутствуют также и квазистатические. Поэтому оценка выходных характеристик ПСПЭ, работающей при квазистатическом нагружении, также представляет практический интерес.

Описание испытательной установки и исследуемых образцов

На первом этапе эксперимента, с помощью измерительных приборов, не входивших в состав испытательного стенда, определялись параметры ПСПЭ: линейные размеры (с помощью стандартных измерителей линейных величин), электрическая емкость C – измерителем иммитанса МНИПИ Е7-20 и величина пьезомодуля d_{33} , измеряемая в квазистатическом режиме на частоте 110 Гц с помощью измерителя пьезомодуля УЕ 2730А.

Далее измерения характеристик ПСПЭ в квазистатическом режиме проводились на стандартной испытательной машине МИ-40КУ при различных скоростях нагружения от 0.9 кН/с до 4.3 кН/с. Регистрация и обработка экспериментальных данных проводились с помощью АЦП Е-14-140М. Величина нагружающего усилия, действующего на ПСПЭ, регистрировалась при помощи динамометра, встроенного в испытательную машину, а регистрация значений электрического напряжения осуществлялась на сопротивлении нагрузки, подключенной параллельно испытываемой ПСПЭ (см. Рис. 3.12).

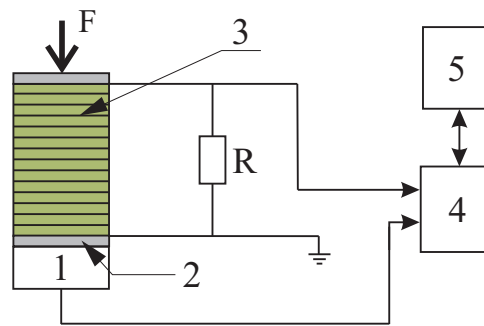


Рисунок 3.12 — Структурная измерительная схема: 1 — динамометр; 2 — металлическая накладка; 3 — пьезоэлемент; 4 — модуль АЦП; 5 — компьютер; R — электрическое сопротивление

Эксперимент

Были исследованы многослойные ПСПЭ призматической геометрии с размером поперечного сечения $24 \times 16 \text{ мм}^2$ и различными высотами: 36 мм, 21 мм, 10 мм. Многослойные ПСПЭ выполнены из ПЭ на основе пьезокерамики ЦТС-19М толщиной 0.5 мм, электроды которых выведены на внешние поверхности ПСПЭ и соединены параллельно. Спечённые в пакете по традиционной керамической технологии ПЭ были поляризованы по высоте ($d_{33} = 360 \text{ пКл/Н}$).

В соответствии с программой эксперимента при фиксированном значении электрического сопротивления R и различных скоростях механического нагружения, равных 0.9; 1.9, 3.47, 4.3 кН/с, были зарегистрированы значения выходного напряжения ПСПЭ, представленные на Рис. 3.13 сплошными линиями.

Как следует из Рис. 3.13, максимальное значение выходного напряжения, равное 220 В, достигается при скорости нагружения 4.4 кН/с для модели ПСПЭ с ёмкостью ПЭ равной 1428 нФ. Кроме того, из графиков этих зависимостей однозначно можно сделать вывод, что при квазистатическом режиме нагружения, чем больше электрическая ёмкость ПСПЭ, тем больше его выходное напряжение.

Далее по результатам измеренных пиковых значений выходного напряжения ПСПЭ и соответствующих величин сопротивления нагрузки R были рассчитаны значения выходной мощности и построен график зависимости выходной мощности от скорости нагружения (см Рис. 3.13 пунктирные линии).

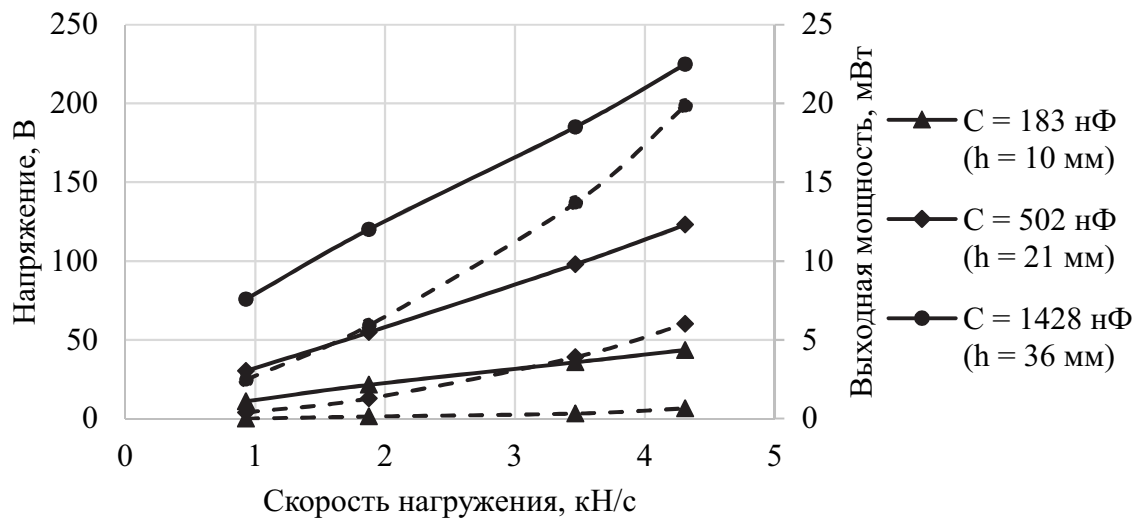


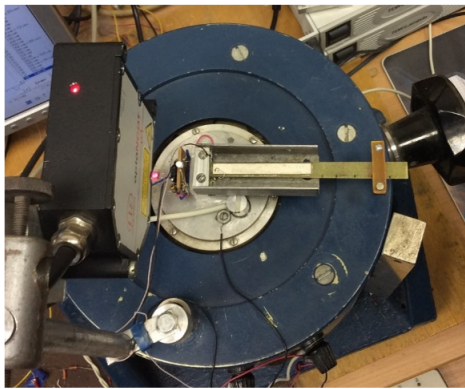
Рисунок 3.13 — Зависимость выходного напряжения (сплошная линия) и мощности (пунктирная линия) ПСПЭ $26 \times 16 \times 36 \text{ мм}^3$ емкостью 1428 нФ, $24 \times 16 \times 21 \text{ мм}^3$ емкостью 502 нФ и $24 \times 16 \times 10 \text{ мм}^3$ емкостью 183 нФ от скорости механического нагружения при различной емкости ПСПЭ

3.2 Эксперимент по определению выходных характеристик пьезоэлектрических структур преобразования энергии кантилеверного типа

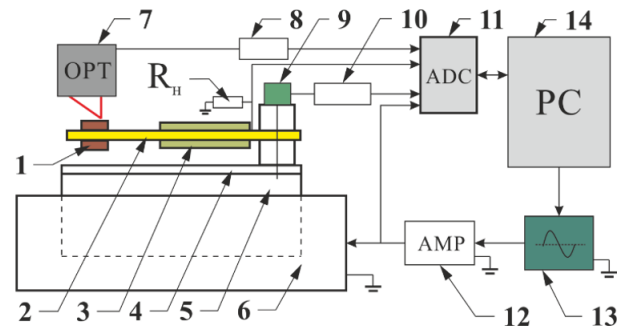
В этом разделе описан эксперимент по определению рабочих характеристик лабораторного образца ПСПЭ кантилеверного типа. Рассмотрены испытательная установка, методика эксперимента и экспериментальные данные. Кроме того, проведено сравнение результатов математической модели, описанной в предыдущей главе, с данными полученными в ходе эксперимента.

3.2.1 Описание испытательной установки и исследуемых образцов

Измерительный стенд (см. Рис. 3.14) состоит из возбудителя механических колебаний — электромагнитного вибратора VEB Robotron 11077 6, на рабочем столе 5 которого устанавливается крепление для ПСПЭ; оптического датчика механических перемещений 7; контроллера оптического датчика 8; датчика ускорения 9 поверхности заделки 4; согласующего устройства датчика ускорения 10; внешнего модуля АЦП/ЦАП E14-440D фирмы L-Card 11; усилителя мощности LV-102 на 50W 12; задающего генератора сигналов AFG



а)



б)

Рисунок 3.14 — Общий вид измерительного стенда: а) фотография стенда; б) структурная схема, где 1 — присоединенная масса, 2 — подложка, 3 — биморфный пьезоэлемент, 4 — основание ПСПЭ, 5 — рабочий стол вибратора, 6 — возбудитель колебаний, 7 — оптический датчик линейного перемещения, 8 — контроллер оптического датчика, 9 — датчик ускорения, 10 — согласующее устройство датчика ускорения, 11 — внешний модуль АЦП/ЦАП, 12 — усилитель мощности, 13 — задающий генератор сигналов, 14 — компьютер, R — электрическое сопротивление

3022В Tektronix 13; компьютера 14 и сопротивления нагрузки R . Исследуется электрический отклик на механическое нагружение, выходное напряжение которого на резисторе нагрузки R подается на вход АЦП. Оптический датчик 7 бесконтактным способом производит измерение механических перемещений контролируемой поверхности 2. Согласующим устройством оптического датчика является его контроллер 8. Ускорение рабочего стола измеряется датчиком ускорения ADXL-103. Согласующее устройство 10 СУ-09 используется для питания датчика, выбора его частотной характеристики и согласования по электрическим разъёмам.

В качестве экспериментального образца была использована кантилевернаф ПСПЭ, изготовленнаф на основе подложки из стеклотекстолита (см. Рис. 3.14). Размеры подложки (длина×толщина×ширина) равны $108 \times 10 \times 1$ мм³. Пьезоэлементы с размерами $56 \times 6 \times 0.5$ мм³, изготовленные с использованием керамики ПКР-7М (с пьезоэлектрической постоянной $d_{31} = 350$ пКл/Н) и соединённые по биморфной схеме, были наклеены с обеих сторон подложки. Величина присоединённой массы была равна 3 гр. Её начальное положение находилось на свободном конце балки.

3.2.2 Эксперимент

Цель эксперимента заключалась в исследовании влияния положения присоединённой массы на выходные характеристики ПСПЭ при различных дискретных значениях электрического сопротивления. Положение присоединённой массы относительно заделки изменялось от 65 мм до 103 мм. На первом шаге фиксировалось положение присоединённой массы. Затем, путём перебора частот возбуждающего сигнала, находилась резонансная частота изгибных колебаний. На следующем этапе происходило измерение выходного электрического напряжения при различных значениях электрического сопротивления. В конце снова изменялось положение присоединённой массы, и весь процесс начинался с первого шага. Далее приведены результаты эксперимента Рис. 3.15–3.17

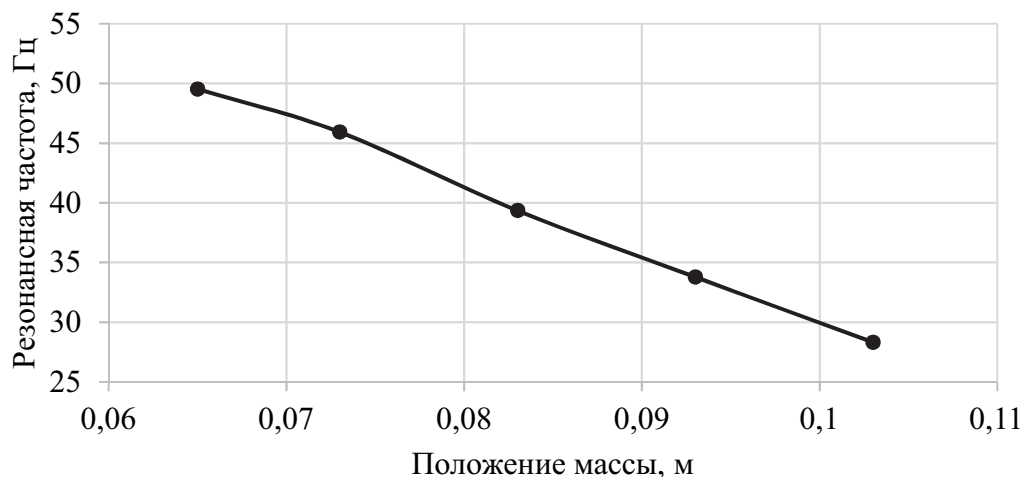


Рисунок 3.15 — Зависимость первой резонансной частоты от положения присоединённой массы

На Рис. 3.15 представлена зависимость первой резонансной частоты от положения присоединённой массы относительно заделки. Из рисунка следует, что с увеличением расстояния между присоединённой массой и заделкой первая резонансная частота изгибных колебаний балки уменьшается.

Рис. 3.16 демонстрирует зависимость выходного электрического напряжения от электрического сопротивления при различных положениях присоединённой массы относительно заделки. Судя по рисунку можно сделать следующие выводы. Во-первых, с увеличением электрического сопротивления возрастает выходное электрическое напряжение. Во-вторых, с увеличением расстояния от

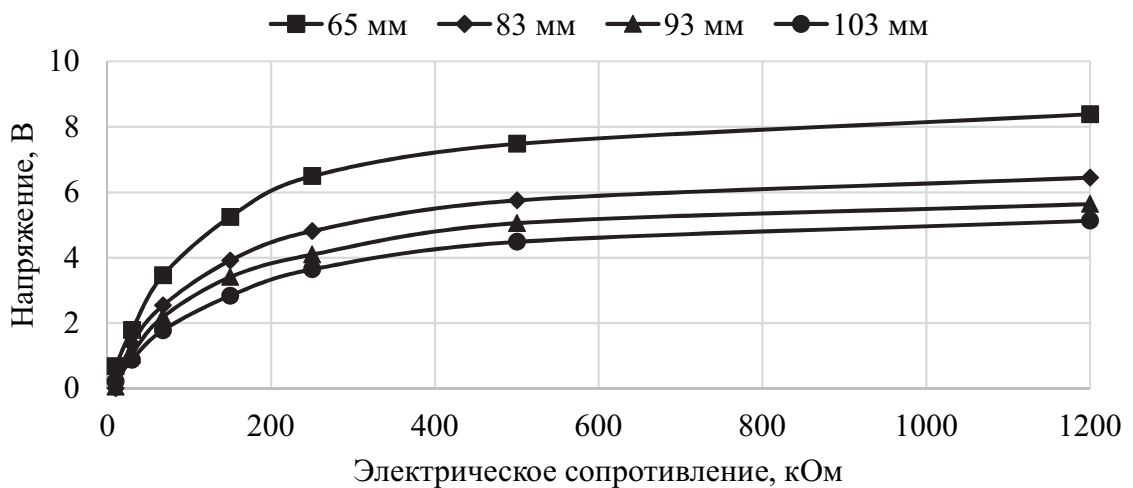


Рисунок 3.16 — Зависимость выходного напряжения от электрического сопротивления при различных положениях присоединённой массы

центра присоединённой массы до заделки выходное электрическое напряжение падает для фиксированного значения электрического сопротивления.

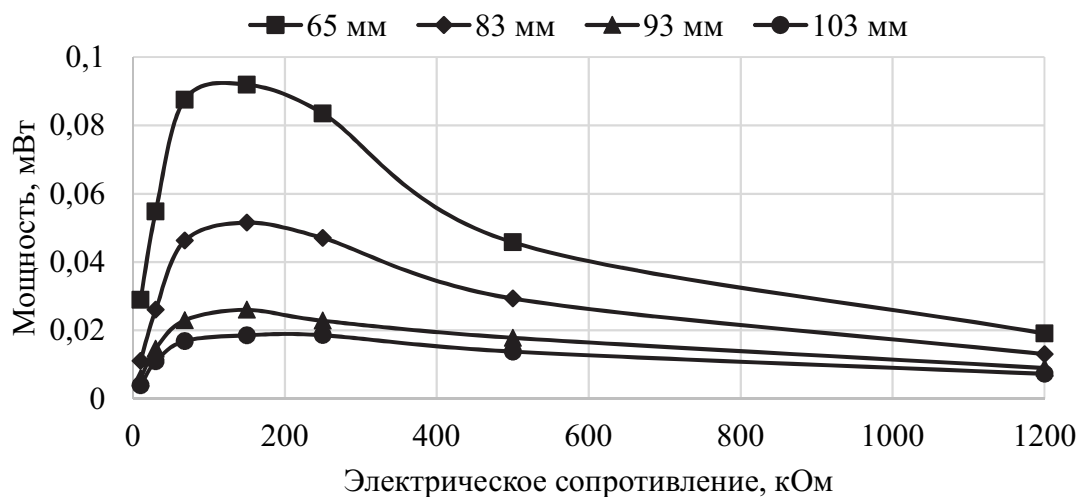


Рисунок 3.17 — Зависимость выходной мощности от электрического сопротивления при различных положениях присоединённой массы

Из Рис. 3.17, где проиллюстрирована зависимость выходной электрической мощности от электрического сопротивления при различных положениях присоединённой массы относительно заделки, следует что для каждого положения присоединённой массы существует максимальное значение выходной мощности. Кроме того, для фиксированного значения электрического сопротивления тенденция уменьшения выходной мощности с увеличением расстояния между заделкой и присоединённой массой сохраняется, как и в случае выходного электрического напряжения.

3.2.3 Сравнение теории и эксперимента

Используя полученные в ходе эксперимента данные, проведём сравнение с результатами численных расчётов на основе модели, описанной разделе 1.2. Исходные геометрические данные приведены в разделе 3.2.1, а необходимые материальные константы даны в таблице 3 в главе 1. Далее будут представлены совмещённые графики зависимостей, полученных в ходе эксперимента и численных расчётов (Рис. 3.18–Рис. 3.20).

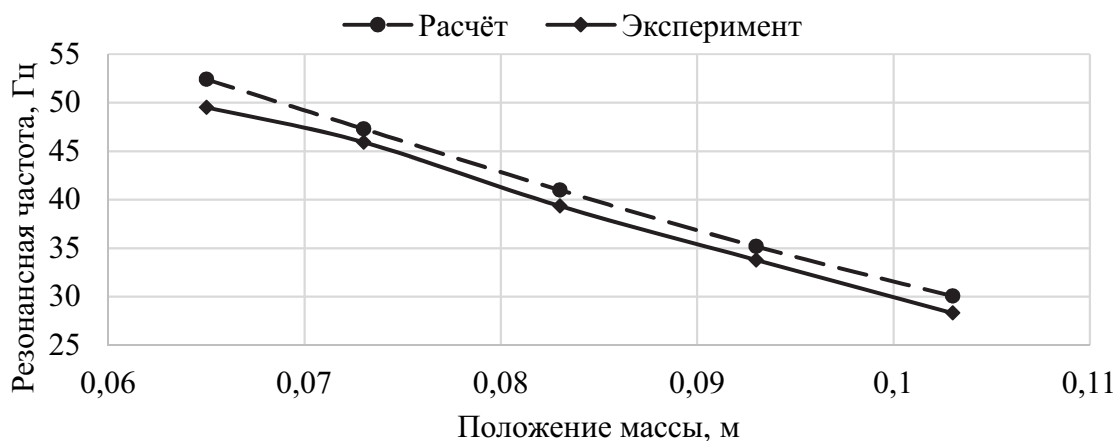


Рисунок 3.18 — Зависимость первой резонансной частоты от положения присоединённой массы: теория и эксперимент

Из Рис. 3.18, где представлено сравнение расчётных и экспериментальных первых изгибных частот при различных положениях присоединённой массы, следует, что модель демонстрирует хорошую сходимость с экспериментом. Погрешность не превышает 5%.

Зависимости на Рис. 3.19, демонстрирующие разницу между экспериментальными и расчётными значениями выходного электрического напряжения, показывают, что расчётные данные находятся достаточно близко к экспериментальным. Средняя арифметическая погрешность составила 18%. Такой разброс между экспериментом и теорией обусловлен различием между расчётной и фактической ёмкостью пьезоэлементов, которая определяется многими производственными факторами.

На Рис. 3.20 представлено сравнение выходной мощности полученной в ходе эксперимента и математического моделирования. Судя по данным графикам, можно заключить, что разница между экспериментом и теорией не высока. Как в случае предыдущего графика, разброс между экспериментом и расчётом

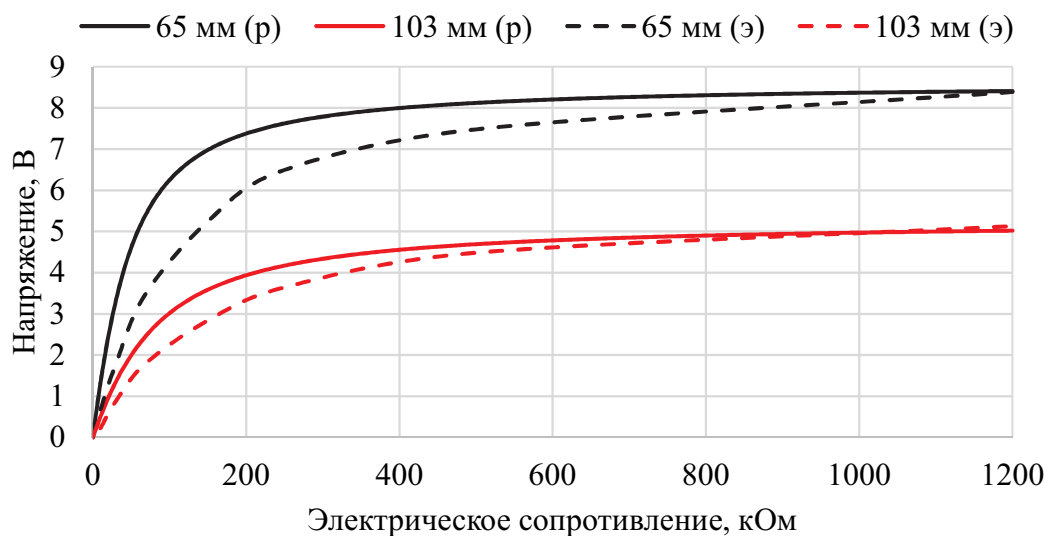


Рисунок 3.19 — Зависимость выходного напряжения от электрического сопротивления при различных положениях присоединённой массы: сплошные линии — расчёт, пунктирные — эксперимент.

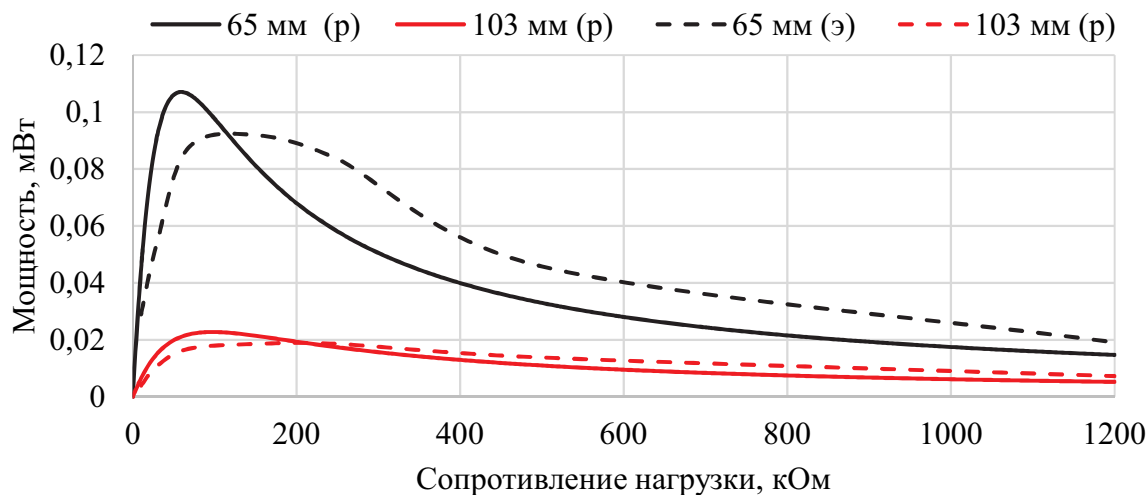


Рисунок 3.20 — Зависимость выходной мощности от электрического сопротивления при различных положениях присоединённой массы: эксперимент и теория: сплошные линии — расчёт, пунктирные — эксперимент обусловлен различием между расчётной и фактической ёмкостью пьезоэлементов, от которой зависит значение электрического сопротивления, на котором достигается максимальная мощность.

3.3 Выводы по главе

В этой главе было дано описание серии лабораторных экспериментов, по исследованию выходных рабочих характеристик ПСПЭ двух типов при различных видах нагружения.

Для стекового типа были исследованы три типа нагружения: гармоническое, импульсное и квазистатическое. Кроме того, было проведено сравнение с численными экспериментами. Так в случае гармонического нагружения одного из образцов, разница между экспериментальными и расчётными данными не превысила 6%. В то время, как для другого разница оказалась равной 16%, что связано с тем, что для его изготовления был использован модифицированный состав керамики, для которого еще нет полного набора материальных констант. Тем не менее, даже при такой погрешности, можно отметить качественную схожесть результатов. Для случая импульсного нагружения среднеарифметическая погрешность не превысила 7%.

Для кантилеверного типа рассматривалось только гармоническое нагружение. Было проведено сравнение с численными экспериментами, показавшее следующее. Разница между расчетными и экспериментальными резонансными частотами не превысила 5%. Разброс между экспериментом и расчётом при измерении выходного напряжения составил 18%. Для выходной мощности погрешность увеличилась, в силу наличия квадрата электрического напряжения в расчётной формуле. Данный разброс обусловлен различием между расчётной и фактической ёмкостью пьезоэлементов, от которой зависит значение электрического сопротивления, на котором достигается максимальная мощность, а также другими факторами, которые не учитываются в рамках данной модели. Тем не менее, в полученных результатах присутствует качественное совпадение с экспериментальными данными.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе вариационного принципа Гамильтона-Остроградского были построены математические модели ПСПЭ кантилеверного типа, учитывающие особенности реальных конструкций, такие как частичное покрытие пьезоэлементами подложки и наличие присоединённой массы, а также модель ПСПЭ стекового типа. Для анализа полученных моделей был использован численно-аналитический метод Канторовича. Анализ построенных численно-аналитических моделей позволил выбрать определённые значения геометрических параметров ПСПЭ, обеспечивающих максимальную выходную мощность с учётом критических напряжений для каждого материала. Сравнение результатов разработанных моделей с конечно-элементными расчётами в двумерной и трёхмерной постановках показало, что в рассмотренном диапазоне изменения геометрических параметров разница между результатами разработанной модели кантилеверного ПСПЭ и конечно-элементной модели в среднем не превысила 8%, для стекового ПСПЭ — 5%.
2. Для неполяризованной балки из сегнетоэлектрического материала, на основе используемого в работе подхода построена модель её поперечного изгиба, учитывающая влияние градиента деформации и флексоэлектрического эффекта. Показано, что выходной электрический потенциал может возникать в неполяризованных образцах, и его значения могут служить для определения флексоэлектрических констант.
3. Для экспериментального исследования ПСПЭ стекового типа были разработаны лабораторные стенды, реализующие три типа нагружения: гармоническое, импульсное и квазистатическое. Было проведено сравнение результатов численных расчётов с экспериментальными данными, которое показало не только качественное, но и количественное совпадение результатов. Разница между данными натурального и численного моделирования не превысила 6–7% при рассмотрении одинаковых экспериментальных и расчётных образцов.

4. Для экспериментального исследования ПСПЭ кантилеверного типа был разработан лабораторный стенд, создающий гармоническое нагружение. Сравнение экспериментальных данных с численными расчётами, показало качественное совпадение результатов, а разница в нахождении резонансных частот не превысила 5%, в определении выходного электрического напряжения не превышает 18%.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Паринову И. А. за поддержку, помощь и научное руководство. Также автор благодарит Соловьёва А. Н. за внимание к работе, научное консультирование и обсуждение результатов, Рожкова Е. В. за помощь в проведение экспериментов, Захарова Ю. Н. за предоставленные образцы, оборудование и обсуждение физических процессов, происходящих в пьезоэлектриках. Отдельную благодарность автор выражает Акопяну В. А., который был основоположником направления ПСПЭ в НИИ Механики и прикладной математики им. Воровича И. И. (преобразованного в Институт математики механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича) и приобщил автора к данному направлению, заложив основы данной работы. Автор также благодарит всех, принимавших разное участие людей, кто сделал настоящую работу автора возможной.

Список сокращений и условных обозначений

АЧХ	амплитудно-частотная характеристика
АЦП	аналого-цифровой преобразователь
КЭ	конечные элементы
МЭМС	Микроэлектромеханические системы
НДС	напряжённо-деформированное состояние
ПСПЭ	пьезоэлектрическая структура преобразования энергии
ПЭ	пьезоэлемент
ЦАП	цифро-аналоговый преобразователь

Список литературы

1. *González, J.* Human powered piezoelectric batteries to supply power to wearable electronic devices / J. González, A. Rubio, F. Moll // *International journal of the Society of Materials Engineering for Resources*. — 2002. — Vol. 10, no. 1. — Pp. 34–40.
2. Harvesting energy from the motion of human limbs: the design and analysis of an impact-based piezoelectric generator / M. Renaud, P. Fiorini, R. van Schaijk, C. Van Hoof // *Smart Materials and Structures*. — 2009. — Vol. 18, no. 3. — P. 035001.
3. *Yildiz, F.* Energy Harvesting from Passive Human Power. / F. Yildiz // *Journal of Applied Science & Engineering Technology*. — 2011. — Vol. 4. — Pp. 5–16.
4. *Erturk, A.* Modeling of piezoelectric energy harvesting from an L-shaped beam-mass structure with an application to UAVs / A. Erturk, J. M. Renno, D. J. Inman // *Journal of intelligent material systems and structures*. — 2009. — Vol. 20, no. 5. — Pp. 529–544.
5. *Platt, S. R.* On low-frequency electric power generation with PZT ceramics / S. R. Platt, S. Farritor, H. Haider // *IEEE/ASME transactions on Mechatronics*. — 2005. — Vol. 10, no. 2. — Pp. 240–252.
6. *Lewandowski, B. E.* Feasibility of an implantable, stimulated muscle-powered piezoelectric generator as a power source for implanted medical devices / B. E. Lewandowski, K. L. Kilgore, K. J. Gustafson. — Springer, 2009. — Pp. 389–404.
7. Powering a wireless sensor node with a vibration-driven piezoelectric energy harvester / E. K. Reilly, F. Burghardt, R. Fain, P. Wright // *Smart materials and structures*. — 2011. — Vol. 20, no. 12. — P. 125006.
8. *Murray, R.* Novel two-stage piezoelectric-based ocean wave energy harvesters for moored or unmoored buoys / R. Murray, J. Rastegar // *Proc. SPIE*. — Vol. 7288. — 2009. — P. 72880E.

9. *Huang, C.* Infrasonic energy harvesting for embedded structural health monitoring micro-sensors / C. Huang, N. Lajnef, S. Chakrabartty // *SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring / International Society for Optics and Photonics.* — 2010. — P. 764746.
10. *Cook-Chennault, K. A.* Powering MEMS portable devices—a review of non-regenerative and regenerative power supply systems with special emphasis on piezoelectric energy harvesting systems / K. A. Cook-Chennault, N. Thambi, A. M. Sastry // *Smart Materials and Structures.* — 2008. — Vol. 17, no. 4. — P. 043001.
11. Fabrication and performance of MEMS-based piezoelectric power generator for vibration energy harvesting / H. B. Fang, J. Q. Liu, Z. Y. Xu et al. // *Microelectronics Journal.* — 2006. — Vol. 37, no. 11. — Pp. 1280–1284.
12. Piezoelectric BaTiO₃ thin film nanogenerator on plastic substrates / K. I. Park, S. Xu, Y. Liu et al. // *Nano letters.* — 2010. — Vol. 10, no. 12. — Pp. 4939–4943.
13. *Wang, L.* Energy harvesting by magnetostrictive material (MsM) for powering wireless sensors in SHM / L. Wang, F. G. Yuan // *Proceedings of SPIE.* — Vol. 6529. — 2007. — P. 652941.
14. *Roundy, S.* Energy scavenging for wireless sensor networks / S. Roundy, P. K. Wright, J. M. Rabaey // *Norwell.* — 2003.
15. Piezoelectric energy harvesting solutions / R. Calìò, U. B. Rongala, D. Camboni et al. // *Sensors.* — 2014. — Vol. 14, no. 3. — Pp. 4755–4790.
16. Low-frequency energy harvesting using a laminated PVDF cantilever with a magnetic mass / Y. Jiang, S. Shiono, H. Hamada et al. // *Power MEMS.* — 2010. — Vol. 2010. — P. 375378.
17. PVDF microbelts for harvesting energy from respiration / C. Sun, J. Shi, D. J. Bayerl, X. Wang // *Energy & Environmental Science.* — 2011. — Vol. 4, no. 11. — Pp. 4508–4512.
18. *Партон, В. З.* Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел / В. З. Партон, Б. А. Кудрявцев. — Наука, 1988. — 472 с.

19. *Liang, J.* Impedance matching for improving piezoelectric energy harvesting systems / J. Liang, W. H. Liao // Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering. — Vol. 7643. — 2010. — P. 76430K.
20. *Guyomar, D.* Recent progress in piezoelectric conversion and energy harvesting using nonlinear electronic interfaces and issues in small scale implementation / D. Guyomar, M. Lallart // *Micromachines*. — 2011. — Vol. 2, no. 2. — Pp. 274–294.
21. *Liao, Y.* Modeling and comparison of bimorph power harvesters with piezoelectric elements connected in parallel and series / Y. Liao, H. A. Sodano // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. — 2010. — Vol. 21, no. 2. — Pp. 149–159.
22. *DuToit, N. E.* Experimental verification of models for microfabricated piezoelectric vibration energy harvesters / N. E. DuToit, B. L. Wardle // *AIAA journal*. — 2007. — Vol. 45, no. 5. — Pp. 1126–1137.
23. *Ali, W. G.* Power analysis for piezoelectric energy harvester / W. G. Ali, S. W. Ibrahim // *Energy and Power Engineering*. — 2012. — Vol. 4, no. 06. — P. 496.
24. *Liu, Y.* An investigation into active piezoelectric nanocomposites for distributed energy harvesting / Y. Liu, H. A. Sodano // Proc. of SPIE Vol. — Vol. 6928. — 2008. — Pp. 69280E–1.
25. Vibration energy scavenging via piezoelectric bimorphs of optimized shapes / D. Benasciutti, L. Moro, S. Zelenika, E. Brusa // *Microsystem technologies*. — 2010. — Vol. 16, no. 5. — Pp. 657–668.
26. *Friswell, M. I.* Sensor design for piezoelectric cantilever beam energy harvesters / M. I. Friswell, S. Adhikari // 2010 Southampton conference. — 2010.
27. *Patel, R.* Parametric study of a cantilevered piezoelectric energy harvester / R. Patel, A. A. Popov, S. McWilliam // 9th International Workshop on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications, PowerMEMS. — 2009.

28. Enhancing output power of a piezoelectric cantilever energy harvester using an oscillator / H. Liu, Z. Huang, T. Xu, D. Chen // *Smart Materials and Structures*. — 2012. — Vol. 21, no. 6. — P. 065004.
29. A novel two-degrees-of-freedom piezoelectric energy harvester / H. Wu, L. Tang, Y. Yang, C. K. Soh // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. — 2013. — Vol. 24, no. 3. — Pp. 357–368.
30. Elaboration and characterization of a low frequency and wideband piezoceramic generator for energy harvesting / M. Rguiti, A. Hajjaji, S. D'Astorg et al. // *Optical Materials*. — 2013. — Vol. 36, no. 1. — Pp. 8–12.
31. Generating characteristics of a cross-shaped piezoelectric generator depending on elastic body material and leg length / J. H. Lim, C. H. Park, J. W. Kim et al. // *Journal of Electroceramics*. — 2013. — Vol. 30, no. 1-2. — Pp. 108–112.
32. *Park, J. C.* Asymmetric PZT bimorph cantilever for multi-dimensional ambient vibration harvesting / J. C. Park, J. Y. Park // *Ceramics International*. — 2013. — Vol. 39. — Pp. S653–S657.
33. Optimal performance of nonlinear energy harvesters / L. Tang, H. Wu, Y. Yang, C. K. Soh // 22nd International Conference on Adaptive Structures and Technologies, Corfu, Greece, Oct. — 2011. — Pp. 10–12.
34. *Lihua, T.* Magnetic Coupled Cantilever Piezoelectric Energy Harvester / T. Lihua, Y. Yaowen, Z. Liya // Proceedings of ASME 2012 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems. — 2012.
35. Broadband tristable energy harvester: modeling and experiment verification / S. Zhou, J. Cao, D. J. Inman et al. // *Applied Energy*. — 2014. — Vol. 133. — Pp. 33–39.
36. A piezoelectric bistable plate for nonlinear broadband energy harvesting / A. F. Arrieta, P. Hagedorn, A. Erturk, D. J. Inman // *Applied Physics Letters*. — 2010. — Vol. 97, no. 10. — P. 104102.
37. *Bibo, A.* Electromechanical modeling and normal form analysis of an aeroelastic micro-power generator / A. Bibo, G. Li, M. F. Daqaq // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. — 2011. — Vol. 22, no. 6. — Pp. 577–592.

38. *Michelin, S.* Energy harvesting efficiency of piezoelectric flags in axial flows / S. Michelin, O. Doaré // *Journal of Fluid Mechanics*. — 2013. — Vol. 714. — Pp. 489–504.
39. *Bibo, A.* Investigation of concurrent energy harvesting from ambient vibrations and wind using a single piezoelectric generator / A. Bibo, M. F. Daqaq // *Applied Physics Letters*. — 2013. — Vol. 102, no. 24. — P. 243904.
40. *Abdelkefi, A.* Design of piezoaeroelastic energy harvesters / A. Abdelkefi, A. H. Nayfeh, M. R. Hajj // *Nonlinear Dynamics*. — 2012. — Vol. 68, no. 4. — Pp. 519–530.
41. *Challa, V. R.* A coupled piezoelectric–electromagnetic energy harvesting technique for achieving increased power output through damping matching / V. R. Challa, M. G. Prasad, F. T. Fisher // *Smart materials and Structures*. — 2009. — Vol. 18, no. 9. — P. 095029.
42. Piezoelectric energy harvesting using a synchronized switch technique / A. Badel, D. Guyomar, E. Lefeuvre, C. Richard // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. — 2006. — Vol. 17, no. 8-9. — Pp. 831–839.
43. *Sodano, H. A.* Generation and storage of electricity from power harvesting devices / H. A. Sodano, D. J. Inman, G. Park // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. — 2005. — Vol. 16, no. 1. — Pp. 67–75.
44. Self-charging structures using piezoceramics and thin-film batteries / S. R. Anton, A. Erturk, N. Kong et al. // *Proceedings of the ASME Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems*, Oxnard, CA. — 2009. — Pp. 20–24.
45. *Anton, S. R.* Piezoelectric energy harvesting from multifunctional wing spars for UAVs: Part 2. experiments and storage applications / S. R. Anton, A. Erturk, D. J. Inman // *SPIE's 16th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials & Nondestructive Evaluation and Health Monitoring*. — 2009. — Pp. 72880D–12.
46. An investigation on multifunctional piezoelectric composite spars for energy harvesting in unmanned aerial vehicles / S. R. Anton, A. Erturk, N. Kong et al. //

Proceedings of the 17th International Conference on Composite Materials. — 2009.

47. *Anton, S. R.* Strength analysis of piezoceramic materials for structural considerations in energy harvesting for UAVs / S. R. Anton, A. Erturk, D. J. Inman // Proceedings of the 17th SPIE annual international symposium on smart structures and materials & nondestructive evaluation and health monitoring. — Vol. 7643. — 2010. — P. 76430E.
48. *Anton, S. R.* Performance modeling of unmanned aerial vehicles with on-board energy harvesting / S. R. Anton, D. J. Inman // Proc. SPIE. — Vol. 7977. — 2011. — P. 79771H.
49. *Anton, S.* Electromechanical modeling of a multifunctional energy harvesting wing spar / S. Anton, D. Inman // 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 19th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 13t. — 2011. — P. 2004.
50. *Lesieutre, G. A.* Vibration damping and control using shunted piezoelectric materials / G. A. Lesieutre // *The Shock and Vibration Digest*. — 1998. — Vol. 30, no. 3. — Pp. 187–195.
51. *Lesieutre, G. A.* Damping as a result of piezoelectric energy harvesting / G. A. Lesieutre, G. K. Ottman, H. F. Hofmann // *Journal of Sound and Vibration*. — 2004. — Vol. 269, no. 3. — Pp. 991–1001.
52. *Li, X.* A flex-compressive-mode piezoelectric transducer for mechanical vibration/strain energy harvesting / X. Li, M. Guo, S. Dong // *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*. — 2011. — Vol. 58, no. 4.
53. *Feenstra, J.* Energy harvesting through a backpack employing a mechanically amplified piezoelectric stack / J. Feenstra, J. Granstrom, H. Sodano // *Mechanical Systems and Signal Processing*. — 2008. — Vol. 22, no. 3. — Pp. 721–734.
54. *Zhao, S.* Energy harvesting from harmonic and noise excitation of multilayer piezoelectric stacks: modeling and experiment / S. Zhao, A. Erturk // Proc. SPIE. — Vol. 8688. — 2013. — P. 86881Q.

55. Зыонг, Л. В. Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрического устройства накопления энергии цилиндрической конструкции / Л. В. Зыонг // *Инженерный вестник Дона*. — 2015. — Т. 35, № 2. — С. 3–18.
56. Composite piezoelectric spinal fusion implant: Effects of stacked generators / N. C. Goetzinger, E. J. Tobaben, J. P. Domann et al. // *Journal of Biomedical Materials Research Part B: Applied Biomaterials*. — 2016. — Vol. 104, no. 1. — Pp. 158–164.
57. Xiong, H. Piezoelectric energy harvester for public roadway: On-site installation and evaluation / H. Xiong, L. Wang // *Applied Energy*. — 2016. — Vol. 174. — Pp. 101–107.
58. Energy harvesting from asphalt pavement roadways vehicle-induced stresses: a feasibility study / H. Roshani, S. Dessouky, A. Montoya, A. T. Papagiannakis // *Applied Energy*. — 2016. — Vol. 182. — Pp. 210–218.
59. Piezoelectric energy harvesting using a novel cymbal transducer design / G. Yesner, M. Kuciej, A. Safari et al. // Applications of Ferroelectrics, European Conference on Application of Polar Dielectrics, and Piezoelectric Force Microscopy Workshop (ISAF/ECAPD/PFM), 2016 Joint IEEE International Symposium on the / IEEE. — 2016. — Pp. 1–4.
60. Dutoit, N. E. Design considerations for MEMS-scale piezoelectric mechanical vibration energy harvesters / N. E. Dutoit, B. L. Wardle, S. G. Kim // *Integrated Ferroelectrics*. — 2005. — Vol. 71, no. 1. — Pp. 121–160.
61. Erturk, A. On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters / A. Erturk, D. J. Inman // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. — 2008. — Vol. 19, no. 11. — Pp. 1311–1325.
62. Erturk, A. Issues in mathematical modeling of piezoelectric energy harvesters / A. Erturk, D. J. Inman // *Smart Materials and Structures*. — 2008. — Vol. 17, no. 6. — P. 065016.
63. Erturk, A. A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters / A. Erturk, D. J. Inman // *Journal of vibration and acoustics*. — 2008. — Vol. 130, no. 4. — P. 041002.

64. *Erturk, A.* An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations / A. Erturk, D. J. Inman // *Smart materials and structures*. — 2009. — Vol. 18, no. 2. — P. 025009.
65. *Erturk, A.* Piezoelectric energy harvesting / A. Erturk, D. J. Inman. — New York: John Wiley & Sons, 2011. — 402 pp.
66. *Zhao, S.* Deterministic and band-limited stochastic energy harvesting from uniaxial excitation of a multilayer piezoelectric stack / S. Zhao, A. Erturk // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 2014. — Vol. 214. — Pp. 58–65.
67. *Wang, J.* Analytical solution of piezoelectric composite stack transducers / J. Wang, Z. Shi, Z. Han // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. — 2013. — Vol. 24, no. 13. — Pp. 1626–1636.
68. Пат. 2623445 Российская Федерация, МПК-2006.01 Н 02 N 2/18, Пьезоэлектрический преобразователь кантилеверного типа механической энергии в электрическую / И. П. Мирошниченко, И. А. Паринов, Е. В. Рожков и др. № 2015155580. — заявл. 23.12.2015; опубл. 26.06.2017, Бюл. № 18. 4 с.
69. *Piezoelectric Actuators and Generators for Energy Harvesting* / S. N. Shevtsov, A. N. Soloviev, I. A. Parinov et al. — Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2018. — 182 pp.
70. Лабораторный образец испытательного стенда для определения характеристик активных элементов пьезоэлектрических генераторов осевого типа в режиме их низкочастотного импульсного нагружения / В. А. Акопьян, Ю. Н. Захаров, И. А. Паринов и др. // *Нано-и микросистемная техника*. — 2014. — № 10. — С. 47–52.
71. Влияние вида механического нагружения на энергоэффективность пьезоэлектрических генераторов / В. А. Акопьян, И. А. Паринов, Ю. Н. Захаров и др. // *Нано-и микросистемная техника*. — 2015. — № 2. — С. 33.
72. Электрический отклик неполяризованных пластин из горячепрессованной керамики ЦТС-19 на трехточечное механическое нагружение при нормальной температуре / В. А. Акопьян, В. А. Чебаненко, Ю. Н. Захаров и др. // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки*. — 2015. — № 4. — С. 13–17.

73. Численное моделирование эксперимента по импульсному воздействию на пьезоэлектрический генератор стекового типа / А. Н. Соловьев, Л. В. Зьонг, В. А. Акопян и др. // *Вестник Донского государственного технического университета*. — 2016. — Т. 16, № 1 (84). — С. 19–26.
74. Finite Element Modeling and Experimental Studies of Stack-Type Piezoelectric Energy Harvester / L. V. Duong, M. T. Pham, V. A. Chebanenko et al. // *International Journal of Applied Mechanics*. — 2017. — Vol. 9, no. 6. — Pp. 1750084(1–16).
75. Analyzing the output characteristics of a double-console PEG based on numerical simulation / A. N. Soloviev, I. A. Parinov, A. V. Cherpakov et al. // *Materials Physics and Mechanics*. — 2018. — Vol. 37. — Pp. 168–175.
76. Advanced Investigations of Energy Efficiency of Piezoelectric Generators / V. A. Akopyan, I. A. Parinov, Yu. N. Zakharov et al. // *Advanced Materials - Studies and Applications* / Ed. by Ivan A. Parinov, Shun-Hsyung Chang, Somnuk Theerakulpisut. — New York: Nova Science Publishers, 2015. — Pp. 417–436.
77. *Chebanenko, V. A. Piezoelectric Generators and Energy Harvesters: Modern State of the Art* / V. A. Chebanenko, V. A. Akopyan, I. A. Parinov // *Piezoelectrics and Nanomaterials: Fundamentals, Developments and Applications* / Ed. by Ivan A. Parinov. — New York: Nova Science Publishers, 2015. — Pp. 243–278.
78. Optimization of the Electric Power Harvesting System Based on the Piezoelectric Stack Transducer / S. Shevtsov, V. Akopyan, E. Rozhkov et al. // *Advanced Materials – Manufacturing, Physics, Mechanics and Applications* / Ed. by Ivan A. Parinov, Shun-Hsyung Chang, Vitaly Yu. Topolov. — Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2016. — Pp. 534–543.
79. Study of the Output Characteristics of Ferroelectric Ceramic Beam Made from Non-polarized Ceramics PZT-19: Experiment and Modeling / A. N. Soloviev, V. A. Chebanenko, Yu. N. Zakharov et al. // *Advanced Materials* / Ed. by Ivan A. Parinov, Shun-Hsyung Chang, Muaffaq A. Jani. — Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2017. — Pp. 485–499.

80. *Soloviev, A. N. Mathematical Modelling of Piezoelectric Generators on the Base of the Kantorovich Method / A. N. Soloviev, V. A. Chebanenko, I. A. Parinov // Analysis and Modelling of Advanced Structures and Smart Systems / Ed. by Holm Altenbach, Erasmo Carrera, Gennady Kulikov. — Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2018. — Pp. 227–258.*
81. *Analysis of the Performance of the Cantilever-Type Piezoelectric Generator Based on Finite Element Modeling / A. N. Soloviev, I. A. Parinov, A. V. Cherpakov et al. // Advances in Structural Integrity. — Springer, 2018. — Pp. 291–301.*
82. *Energetic effectiveness of Piezoelectric Generators of Different Types / V. A. Akopyan, Yu. N. Zakharov, I. A. Parinov et al. // Abstracts of International Symposium on Physics and Mechanics of New Materials and Underwater Applications (PHENMA-2013) / National Kaohsiung Marine University. — Kaohsiung, Taiwan: NKMU press., 2013. — 5. — Pp. 166–167.*
83. *Comparison of Energy Efficiency of the Various Types Piezoelectric Generators / V. A. Akopyan, Yu. N. Zakharov, I. A. Parinov et al. // Abstracts of International Symposium on Physics and Mechanics of New Materials and Underwater Applications (PHENMA-2014) / Khon-Kaen University. — Khon-Kaen, Thailand: KKU press., 2014. — 3. — Pp. 15–16.*
84. *Optimization of the Electric Power Harvesting System Based on the Piezoelectric Stack Transducers / S. N. Shevtsov, V. A. Akopyan, E. V. Rozkov et al. // Abstracts and Schedule of International conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA-2015) / Southern Federal University. — Rostov-on-Don, Russia: SFEDU press., 2015. — 5. — P. 207.*
85. *Study of the Output Characteristics of Ferroelectric Ceramic Beam Made from Non-polarized Ceramics PZT-19: Experiment and Modeling / A. N. Soloviev, V. A. Chebanenko, Yu. N. Zakharov et al. // Abstracts of International Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA-2016) / Universitas 17 Agustus 1945. — Surabaya, Indonesia: UNTAG press., 2016. — 7. — Pp. 250–251.*
86. *Semi-analytical Modeling of Stack Piezoelectric Generator under Impulse Mechanical Loading / A. N. Soloviev, V. A. Chebanenko, I. A. Parinov,*

- E. V. Rozhkov // Abstracts of International Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA-2017) / PDPM Indian Institute of Information Technology, Design and Manufacturing. — Jabalpur, India: PDPM press., 2017. — 10. — Pp. 241–242.
87. Numerical Optimization of the Cantilever Piezoelectric Generator / A. N. Soloviev, V. A. Chebanenko, I. V. Zhilyaev et al. // Abstracts of International Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA-2018) / Korea Maritime and Ocean University. — Busan, Republic of Korea: KMOU press., 2018. — 8. — Pp. 330–331.
88. Экспериментальные исследования характеристик пьезоэлектрического генератора / В. А. Акопян, Ю. Н. Захаров, И. А. Паринов и др. // Сборник трудов XVI международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». — Т. 1. — 2012. — С. 11–15.
89. Влияние вида и скорости механического нагружения на мощность и энергоэффективность многослойных пьезогенераторов / В. А. Акопян, Ю. Н. Захаров, И. А. Паринов и др. // Сборник трудов XVII международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». — Т. 1. — 2014. — С. 24–28.
90. Energetic efficiency of different type piezoelectric generators / A. N. Soloviev, I. A. Parinov, A. V. Cherpakov et al. // Proceedings of the international symposium on "Physics of lead-free piezoactive and relative materials"(LFPM-2013). — Vol. 1. — 2013. — Pp. 113–117.
91. Стенд для определения характеристик пьезоэлектрического генератора осевого типа в режиме его низкочастотного гармонического нагружения / В. А. Акопян, Ю. Н. Захаров, И. А. Паринов и др. // Труды третьего международного междисциплинарного молодежного симпозиума «Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов» (LFPM-2014). — Т. 2. — 2014. — С. 208–214.
92. Оптимизация накопителя электрической энергии на основе преобразователя пьезопакетного типа / С. Н. Шевцов, В. А. Акопян, Е. В. Рожков

- и др. // Труды четвертого международного междисциплинарного молодежного симпозиума «Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов» (LFPM-2015). — Т. 2. — 2015. — С. 271–281.
93. Экспериментальный подход к исследованию пьезоэлектрического генератора кантилеверного типа с улучшенными характеристиками / А. В. Черпаков, В. А. Чебаненко, Е. В. Рожков и др. // Труды шестого международного междисциплинарного молодежного симпозиума «Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов» (LFPM-2017). — Т. 2. — 2017. — С. 335–341.
94. Пьезоэлектрический генератор устройства накопления энергии: эксперимент и конечно-элементный анализ / А. Н. Соловьев, В. А. Акопьян, Л. В. Зыонг и др. // Сборник научных трудов международной научно-методической конференции «Инновационные технологии в науке и образовании» (ИТНО-2014). — 2014. — С. 389–390.
95. Анализ конечно-элементной модели стекового пьезоэлектрического генератора устройства накопления энергии / А. Н. Соловьев, Л. В. Зыонг, Е. В. Рожков, В. А. Чебаненко // Сборник научных трудов международной научно-методической конференции «Инновационные технологии в науке и образовании» (ИТНО-2015). — 2015. — С. 246–250.
96. *Соловьев, А. Н.* Численно-аналитическое моделирование кантилеверного пьезоэлектрического генератора / А. Н. Соловьев, В. А. Чебаненко, И. А. Паринов // Сборник научных трудов международной научно-методической конференции «Инновационные технологии в науке и образовании» (ИТНО-2017). — Ростов-на-Дону: ДГТУ-Принт, 2017. — С. 270–276.
97. О прикладных методах расчета пьезоэлектрических генераторов для устройств накопления энергии / А. Н. Соловьев, В. А. Чебаненко, И. В. Жилиев, А. В. Черпаков // Сборник научных трудов международной научно-методической конференции «Инновационные технологии в науке и образовании» (ИТНО-2018). — Ростов-на-Дону: ДГТУ-Принт, 2018. — С. 212–218.
98. Изгиб балки из неполяризованной керамики ЦТС-19: эксперимент и компьютерное моделирование / В. А. Чебаненко, Ю. Н. Захаров, Е. В. Рожков,

- Паринов И. А. // Тезисы докладов XI всероссийской школы-семинара «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» / Южный Федеральный Университет. — Ростов-на-Дону, Россия: Издательство ЮФУ, 2016. — 5. — С. 135.
99. Чебаненко, В. А. Численно-аналитическое моделирование пьезоэлектрических генераторов многослойной структуры / В. А. Чебаненко, Паринов И. А., Е. В. Рожков // Тезисы докладов XII всероссийской школы-семинара «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» / Южный Федеральный Университет. — Ростов-на-Дону, Россия: Издательство ЮФУ, 2017. — 5. — С. 155.
100. Чебаненко, В. А. Исследование адекватности прикладной теории колебаний пьезоэлектрической структуры преобразования энергии на основе анализа её напряжённо-деформированного состояния / В. А. Чебаненко, А. Н. Соловьев, И. А. Паринов // Тезисы докладов XIII всероссийской школы-семинара «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» / Южный Федеральный Университет. — Ростов-на-Дону, Россия: Издательство ЮФУ, 2018. — 5. — С. 97.
101. Performance optimization of piezoelectric Stack energy harvester / S. Shevtsov, V. Akopyan, E. Rozkov et al. // Proc. of International Conference on Structural Engineering Dynamics (ICEDyn 2015). — 2015. — Pp. 83.1–83.8.
102. Analysis of performance of the cantilever type piezoelectric generator based on finite element modeling / A. N. Soloviev, I. A. Parinov, A. V. Cherpakov et al. // Proc. of International Conference Structural Integrity Conference and Exhibition (SICE-2016). — 2016. — P. 36.
103. Soloviev, A. N. Mathematical Modelling of Stack Piezoelectric Generator / A. N. Soloviev, V. A. Chebanenko // Proceedings of International Conference «Design, Modelling and Experiments of Advanced Structures and Systems» (DeMEASS VIII) / Tambov State Technical University. — Izmailovo, Russia: TSTU press., 2017. — 5. — Pp. 56–57.
104. Новацкий, В. Электромагнитные эффекты в твердых телах / В. Новацкий. — М.: Мир, 1986. — 160 с.

105. Ватульян, А. О. Прямые и обратные задачи для однородных и неоднородных упругих и электроупругих тел / А. О. Ватульян, А. Н. Соловьев. — Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008. — 175 с.
106. Finite element block schemes for dynamic problems in acoustoelectroelasticity / A. V. Belokon, V. A. Eremeev, A. V. Nasedkin, A. N. Solov'yev // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. — 2000. — Vol. 64, no. 3. — Pp. 381–393.
107. Nasedkin, A. V. New schemes for the finite-element dynamic analysis of piezoelectric devices / A. V. Nasedkin, A. N. Solov'yev // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. — 2002. — Vol. 66, no. 3. — Pp. 481–490.
108. Митчелл, Э. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными / Э. Митчелл, Р. Уэйт. — М.: Мир, 1981. — 216 с.
109. Chopra, A. K. Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering / A. K. Chopra. — Upper Saddle River, NJ: Pearson/Prentice Hall, 2007. — 980 pp.
110. Панич, А. А. Кристаллические и керамические пьезоэлектрики / А. А. Панич, М. А. Мараховский, Д. В. Мотин // *Инженерный вестник Дона*. — 2011. — Vol. 15, no. 1. — Pp. 53–64.
111. Shu, Y. C. Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting systems / Y. C. Shu, I. C. Lien // *Smart materials and structures*. — 2006. — Vol. 15, no. 6. — P. 1499.
112. Sodano, H. A. A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials / H. A. Sodano, D. J. Inman, G. Park // *Shock and Vibration Digest*. — 2004. — Vol. 36, no. 3. — Pp. 197–206.
113. Adaptive piezoelectric energy harvesting circuit for wireless remote power supply / G. K. Ottman, H. F. Hofmann, A. C. Bhatt, G. A. Lesieutre // *IEEE Transactions on power electronics*. — 2002. — Vol. 17, no. 5. — Pp. 669–676.
114. Leland, E. S. Resonance tuning of piezoelectric vibration energy scavenging generators using compressive axial preload / E. S. Leland, P. K. Wright // *Smart Materials and Structures*. — 2006. — Vol. 15, no. 5. — P. 1413.

115. ГОСТ 10292-74 Стеклотекстолит конструкционный. Технические условия. — М.: ИПК ИЗДАТЕЛЬСТВО СТАНДАРТОВ, 2005. — 13 с.
116. *Зацаринный, В. П.* Прочность пьезокерамики / В. П. Зацаринный. — Ростов-на-Дону: Издательство Ростовского университета, 1978. — 208 с.
117. A comparison between several vibration-powered piezoelectric generators for standalone systems / E. Lefeuvre, A. Badel, C. Richard et al. // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 2006. — Vol. 126, no. 2. — Pp. 405–416.
118. *Соловьёв, А. Н.* Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрического устройства накопления энергии на основе кантеливера / А. Н. Соловьёв, Л. В. Зыонг // *Вестник Донского государственного технического университета*. — 2014. — Т. 14, № 1 (76). — С. 169–179.
119. *Машкевич, В. С.* Электрические, оптические и упругие свойства кристаллов типа алмаза. I / В. С. Машкевич // *Журнал эксперим. и техн. физики*. — 1957. — Т. 32, № 3. — С. 520–525.
120. *Толпыго, К. Б.* Исследование длинноволновых колебаний кристаллов типа алмаза с учетом дальнедействующих сил / К. Б. Толпыго // *ФТТ*. — 1962. — Т. 4. — С. 1765.
121. *Коган, Ш. М.* Пьезоэлектрический эффект при неоднородной деформации и акустическое рассеяние носителей тока в кристаллах / Ш. М. Коган // *ФТТ*. — 1963. — Т. 5. — С. 2829–2831.
122. *Инденбом, В. Л.* Флексоэлектрический эффект и строение кристаллов / В. Л. Инденбом, Е. Б. Логинов, М. А. Осипов // *Кристаллография*. — 1981. — Т. 26. — С. 1157–1162.
123. *Желудев, И. С.* Симметрия и пьезоэлектрические свойства кристаллов / И. С. Желудев // *Czech. J. Phys. Ser. B*. — 1966. — Т. 16. — С. 368–381.
124. Computational evaluation of the flexoelectric effect in dielectric solids / A. Abdollahi, C. Peco, Da. Millán et al. // *Journal of Applied Physics*. — 2014. — Vol. 116, no. 9. — P. 093502.

125. *Hu, S. L.* Variational principles and governing equations in nano-dielectrics with the flexoelectric effect / S. L. Hu, S. P. Shen // *SCIENCE CHINA Physics, Mechanics & Astronomy*. — 2010. — Vol. 53, no. 8. — Pp. 1497–1504.
126. *Majdoub, M. S.* Enhanced size-dependent piezoelectricity and elasticity in nanostructures due to the flexoelectric effect / M. S. Majdoub, P. Sharma, T. Cagin // *Physical Review B*. — 2008. — Vol. 77, no. 12. — P. 125424.
127. *Maranganti, R.* Electromechanical coupling in nonpiezoelectric materials due to nanoscale nonlocal size effects: Green's function solutions and embedded inclusions / R. Maranganti, N. D. Sharma, P. Sharma // *Physical Review B*. — 2006. — Vol. 74, no. 1. — P. 014110.
128. *Mindlin, R. D.* On the equations of motion of piezoelectric crystals / R. D. Mindlin // *Problems of continuum mechanics*. — 1961. — Pp. 282–290.
129. *Sahin, E.* A strain-gradients theory of elastic dielectrics with spatial dispersion / E. Sahin, S. Dost // *International journal of engineering science*. — 1988. — Vol. 26, no. 12. — Pp. 1231–1245.
130. Nanoscale flexoelectric energy harvesting / Q. Deng, M. Kammoun, A. Erturk, P. Sharma // *International Journal of Solids and Structures*. — 2014. — Vol. 51, no. 18. — Pp. 3218–3225.
131. *Baroudi, S.* Modeling and parametric analysis of a piezoelectric flexoelectric nanoactuator / S. Baroudi, A. Jemai, F. Najjar // *MATEC Web of Conferences / EDP Sciences*. — Vol. 83. — 2016. — P. 04002.
132. *Ma, W.* Strain-gradient-induced electric polarization in lead zirconate titanate ceramics / W. Ma, L. E. Cross // *Applied Physics Letters*. — 2003. — Vol. 82, no. 19. — Pp. 3293–3295.
133. *Белоконь, А. В.* Математическое моделирование необратимых процессов поляризации / А. В. Белоконь, А. С. Скалиух. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 328 с.
134. *Liang, X.* Bernoulli–Euler dielectric beam model based on strain-gradient effect / X. Liang, S. Hu, S. Shen // *Journal of Applied Mechanics*. — 2013. — Vol. 80, no. 4. — P. 044502.

Приложение А

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2623445

**Пьезоэлектрический преобразователь кантилеверного типа
механической энергии в электрическую**

Патентообладатель: *Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южный федеральный университет" (RU)*

Авторы: *Мирошниченко Игорь Павлович (RU), Паринов Иван Анатольевич (RU), Рожков Евгений Васильевич (RU), Захаров Юрий Николаевич (RU), Раевский Игорь Павлович (RU), Чебаненко Валерий Александрович (RU)*

Заявка № 2015155580

Приоритет изобретения 23 декабря 2015 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 26 июня 2017 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 23 декабря 2035 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

